TEMA : EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1) CONCEPTOS

Una **EXPRESIÓN ALGEBRAICA** es el conjunto de números y letras que se combinan con los signos de las operaciones matemáticas: suma, resta, multiplicación, división y potenciación.

Ejemplo: $2a^2+3ab-5b$

El **VALOR NUMÉRICO** de una expresión algebraica es el número que resulta de sustituir las letras por los números determinados, y realizar a continuación las operaciones que se indican.

Ejemplo: Hallar el valor numérico de $2a^2+3ab-5b$ *para* $a=2$ *y* $b=3$

$$2\cdot(2)^2+3\cdot(2)\cdot(3)-5(3)=2\cdot 4+18-15=8+18-15=11$$

2) MONOMIOS

Un **MONOMIO** es la expresión algebraica más sencilla: está formada por productos de números y letras, afectando a éstas la multiplicación y la potenciación de exponente entero positivo. Un monomio consta de los siguientes elementos:

- **COEFICIENTE** número conocido (**incluido su signo**).
- **PARTE LITERAL** letra o letras (**con los exponentes**) que acompañan al coeficiente. Dos o más **monomios** son **semejantes** si tienen la misma parte literal.
- **GRADO** es la suma de los exponentes de sus letras.

Ejemplo: $2a^2$ coeficiente = 2; parte literal = a^2; grado 2

$-9a^3b^2$ coeficiente = − 9; parte literal = a^3b^2; grado = 5

OPERACIONES CON MONOMIOS

- *SUMA (RESTA)*

  ◊Sólo se pueden sumar o restar monomios semejantes y se denomina ***reducir términos****. . El resultado es otro monomio que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes de los sumandos y mantiene la misma parte literal.*

  $$ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n$$

  Ejemplo:

  $$3a^2b-5ab^2+6ba^2-11ab^2=(3+6)a^2b+(-5-11)ab^2=9a^2b-16ab^2$$

- *PRODUCTO*

  ◊El producto de dos monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y por parte literal el producto de las partes literales.

  $$a(bx^n)=(a\cdot b)x^n=abx^n$$

  $$ax^m\cdot bx^n=(a\cdot b)x^{m+n}=abx^{m+n}$$

  $$ax^n\cdot by^m=(a\cdot b)x^ny^m=abx^ny^m$$

  Ejemplos:

  $$-8\cdot 9xy^2=(-8\cdot 9)xy^2=-72xy^2$$

  $$9a^4\cdot 7a^2\cdot(-2a)=(9\cdot 7\cdot(-2))a^4\cdot a^2\cdot a=-126a^7$$

  $$4x^2y\cdot 3xy^3=(4\cdot 3)(x^2\cdot x)(y\cdot y^3)=12x^3y^4$$

- *DIVISIÓN*

  ◊El cociente de dos monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el cociente de los coeficientes y por parte literal el cociente de las partes literales.

$$ax^m : bx^n = (a \cdot b)x^{m-n}$$

Ejemplo:

$$160x^4y^2 : 40x^3y = (160:40)(x^4 : x^3)(y^2 : y) = 4xy$$

- *POTENCIA*

  ◊La potencia de un monomio es otro monomio que tiene por coeficiente la potencia del coeficiente y por parte literal la potencia de la parte literal.

$$(ax^m)^n = a^n x^{m \cdot n} \qquad (ax^m y^p)^n = a^n x^{m\cdot n} y^{p \cdot n}$$

Ejemplo:

$$(3x^3y^4z)^3 = 3^3 \cdot (x^3)^3 \cdot (y^4)^3 \cdot (z)^3 = 27x^9y^{12}z^3$$

ES FÁCIL VER QUE CUANDO OPERAMOS CON MONOMIOS UTILIZAMOS LO VISTO EN OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS PARA LOS COEFICIENTES Y LO VISTO EN POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS PARA LA PARTE LITERAL

POLINOMIO.

*Un **POLINOMIO** es una expresión algebraica compuesta por la suma o diferencia de monomios. Cada monomio se denomina término del polinomio.*

*El **GRADO DE UN POLINOMIO** es el **mayor** de los grados de todos los monomios que lo forman. <u>Recordemos</u> que el **grado de un monomio** es la **suma** de los exponentes de su parte literal.*

Ejemplos: $3x^4y^3 - 5x^3y^2 - 6xy^3 \rightarrow grado = 7$

$5a^3b^2 + 7ab^3 - 2a^2b \rightarrow grado = 5$

*El **VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO** es el número que se obtiene al sustituir las **letras** de un polinomio por **valores concretos**.*

Ejemplos:

$$3x^4y^3 - 5x^3y^2 - 6xy^3 \quad Para: x = 1, y = 2$$

$$3\cdot(1)^4\cdot(2)^3 - 5\cdot(1)^3\cdot(2)^2 - 6\cdot(1)\cdot(2)^3 = 3\cdot1\cdot8 - 5\cdot1\cdot4 - 6\cdot1\cdot8 =$$

$$= 24 - 20 - 48 = -48$$

$$4a^3b^2 - 5ab^3 + 9ba^2 \quad \text{Para}: a = 1, \text{b} = -1$$

$$4\cdot(1)^3\cdot(-1)^2 - 5\cdot(1)\cdot(-1)^3 + 9\cdot(-1)\cdot(1)^2 =$$

$$= 4\cdot1\cdot1 - 5\cdot1\cdot(-1) + 9\cdot(-1)\cdot1 = 4 + 5 - 9 = 0$$

OPERACIONES CON POLINOMIOS

- *SUMA y RESTA*
  ◊La suma o resta de polinomios es otro polinomio formado por la suma o resta de los términos semejantes, dejando indicada la suma o la resta de los términos no semejantes.
  Ejemplo: $\left(2x^2-4x^2y\right)+\left(3yx^2-4y+7x^2\right)=-x^2y+9x^2-4y$

- *PRODUCTO*
  ◊El producto de dos polinomios es otro polinomio cuyos términos son el resultado de multiplicar cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio. A continuación se reducen términos semejantes.
  Ejemplo: $\left(2x^2-4x^2y\right)\cdot\left(x-x^2y^3\right)=2x^3-2x^4y^3-4x^3y+4x^4y^4$

- *COCIENTE I*
  ◊El cociente de un polinomio entre un monomio es, a su vez, otro polinomio cuyos términos se obtienen dividiendo cada término del polinomio entre el monomio. Veremos en próximas hojas otras técnicas para dividir polinomios.
  Ejemplo: $\left(12x^4y^3-6x^2y\right):3yx=4x^3y^2-2x$

División de Polinomios

Cuando se hace una división entre números naturales sin sacar decimales, la división se llama entera. Se obtiene un cociente y un resto, y se cumple:

743 | 25	*Dividendo = divisor x cociente + resto*
-50 29	*743= 29 x 25 + 18*
253	
-225	*resto < divisor*
18	*18 < 25*

*Los polinomios se disponen como en la división de números y **ordenados por sus potencias de mayor a menor**. Los términos del cociente se obtienen en varios pasos, parecidos a la división numérica.*

Ejemplo: Divida $(8x^5 - 2x^2 + x^3 - 3)$ *por* $(-2x^2 + 4x^3 + x - 1)$

Solución:

Escribimos el dividendo y el divisor ordenados en potencias decrecientes:

Dividendo: $8x^5 + x^3 - 2x^2 - 3$ *y divisor:* $4x^3 - 2x^2 + x - 1$

Luego observemos. ¿Faltan algunos términos en el dividendo? En ese caso, completemos con coeficientes de cero.

En nuestro problema, el dividendo no tiene coeficiente en x^4 *y en x, en consecuencia el dividendo nos queda de la siguiente manera:*

$$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3.$$

Ahora estamos en condiciones de realizar la división:

1.-Dividamos el primer término del dividendo por el primer término del divisor: $8x^5 : 4x^3 = 2x^2$	$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \;\lfloor\; 4x^3 - 2x^2 + x - 1$ $2x^2$
2.- El término del cociente se multiplica por el divisor. El producto se le resta al dividendo(o se le cambia el signo y se suma).	$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \;\lfloor\; 4x^3 - 2x^2 + x - 1$ $-8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \qquad 2x^2$ $4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3$
3.- Con $4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3$ *como nuevo dividendo se repiten los pasos 1 y 2.* *Así, se obtiene otro término del cociente de menor grado:* $4x^4 : 4x^3 = x$	$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \;\lfloor\; 4x^3 - 2x^2 + x - 1$ $-8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \qquad 2x^2 + x$ $4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3$ $-4x^4 + 2x^3 - x^2 + x$ $x^3 - x^2 + x - 3$
4.-El proceso continúa hasta que no se pueden obtener más términos del cociente. *Resto:* $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$ *Cociente:* $2x^2 + x + \frac{1}{4}$ *Grado(resto) < Grado(divisor)*	$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \;\lfloor\; 4x^3 - 2x^2 + x - 1$ $-8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \qquad 2x^2 + x + \frac{1}{4}$ $4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3$ $-4x^4 + 2x^3 - x^2 + x$ $x^3 - x^2 + x - 3$ $-x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$

La división está bien hecha si se cumple que:

Dividendo = divisor x cociente + resto

Grado(resto) < Grado(divisor)

Regla de Ruffini:

Cuando el divisor es un polinomio de la forma $x \pm a$ *, se puede aplicar el método ya aprendido o aplicarse la regla de Ruffini, que prescinde de las variables.*

Ejemplo: Dividir $(3y^4 + 0y^3 + y^2 - 5y + 4) : (y + 1)$*, primero aplicando el método aprendido, y luego aplicando la regla de Ruffini*

$$
\begin{array}{l|l}
3y^4 + 0y^3 + y^2 - 5y + 4 & y + 1 \\
\hline
\underline{-3y^4 \; -3y^3} & 3y^3 - 3y^2 + 4y - 9 \\
\quad - 3y^3 + y^2 - 5y + 4 & \\
\quad \underline{3y^3 + 3y^2} & \\
\qquad 4y^2 - 5y + 4 & \\
\qquad \underline{-4y^2 \; -4y} & \\
\qquad\quad -9y + 4 & \\
\qquad\quad \underline{9y + 9} & \\
\qquad\qquad 13 &
\end{array}
$$

	3	0	1	-5	4
-1		-3	3	-4	9
	3	-3	4	-9	13

El polinomio cociente es $3y^3 - 3y^2 + 4y - 9$; y el polinomio resto es 13.

Valor Numérico de un polinomio. Teorema del resto

El valor numérico de un polinomio en x= a es el valor que se obtiene de sustituir a la variable x por el número a y efectuar las operaciones indicadas .

Se obtiene un número al que denominaremos como p(a)

Ejemplo: El valor numérico de $3x^3 - 3x^2 + 4x - 9$ en x= 1, x= 0 , x= -1, x= a

El valor numérico del polinomio en x= 1, es $p(1) = 3(1)^3 - 3(1)^2 + 4.1 - 9 = -5$

El valor numérico del polinomio en x= 0, es $p(0) = 2(0)^3 - 3(0)^2 + 4.0 - 9 = -9$

El valor numérico del polinomio en x= -1, es $p(-1) = 3(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4.(-1) - 9 = -19$

El valor numérico del polinomio en x = a (a un número real), es:

$$p(a) = 2(a)^3 - (a)^2 + 4^a - 9$$

Cuando el valor numérico del polinomio en x= a es cero se dice que a es raíz del polinomio o cero del polinomio.

En el ejemplo x= -1 es raíz del polinomio $P(x) = 2x^3 - x^5 + 1$

Teorema del Resto

El resto de dividir un polinomio p(x) de grado mayor o igual a uno, por otro de la forma x + a, es el valor numérico del polinomio p(x) para x= a cambiado de signo.

Demostración:

$$
\begin{array}{l|l}
p(x) & x + a \\
\hline
 & c(x)
\end{array}
\quad , \qquad \text{de modo tal que } p(x) = (x + a)\,c(x) + r \,,
$$

r

El resto de la división es r = p(-a),

En el ejemplo: $(3 y^4 + 0 y^3 +y^2 -5y+4) : (y +1)$

$r = 3 (-1)^4 + 0 (-1)^3 + (-1)^2 - 5 (-1) + 4 = 13$

FACTORIZACIÓN

- *La **FACTORIZACIÓN** persigue reducir el grado de los polinomios para facilitar las operaciones con los mismos y, más adelante, facilitar la resolución de ecuaciones.*

- *Una aplicación de la propiedad distributiva es la operación llamada **SACAR FACTOR COMÚN**, que consiste en poner fuera de un paréntesis el factor común a una serie de sumas o diferencias de productos, quedando dentro del paréntesis los sumandos.*

- *El **FACTOR COMÚN** es el factor (número o letra que multiplica) que se repite en un conjunto de operaciones distintas.*

$$a\cdot b + a\cdot c + a\cdot d = a\cdot(b+c+d) \qquad\qquad a\cdot b + a + a\cdot c = a\cdot(b+1+c)$$

Ejemplos: $3x^2 + 6x^2 - 9x^3 = 9x^2 - 9x^3 = 9x^2\cdot 1 - 9x^2\cdot x = 9x^2\cdot(1-x)$

$$x^2y - xy^3 + xy = xy\cdot x - xy\cdot y^2 + xy\cdot 1 = xy\cdot(x - y^2 + 1)$$

$$14x^4 - 35x^3 - 7x^2 + 42x = 7x\cdot 2x^3 - 7x\cdot 5x^2 - 7x\cdot 1 + 7x\cdot 6 =$$
$$= 7x\cdot(2x^3 - 5x^2 - x + 6)$$

$$-5a^3b^2 + 15ab^2 + 20a^2b^2 = 5ab^2\cdot(-a^2) + 5ab^2\cdot(3) + 5ab^2\cdot(4a) =$$
$$= 5ab^2\cdot(-a + 3 + 4a)$$

- *Otra herramienta que se utiliza para factorizar polinomios son las **IGUALDADES NOTABLES**:*
  - *CUADRADO DE UNA SUMA ◊El cuadrado de la suma de dos monomios es igual al cuadrado del primero más el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.*

    $$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

    Ejemplos:

    Si nos dan una suma al cuadrado, desarrollamos la igualdad o multiplicamos dicha suma por si misma:

    $$(3x^2y + 2xyz)^2 = (3x^2y)^2 + 2\cdot 3x^2y\cdot 2xyz + (2xyz)^2 =$$
    $$= 9x^4y^2 + 12x^3y^2z + 4x^2y^2z^2$$

    Si nos dan una expresión con tres términos positivos, buscamos los términos cuadráticos y comprobamos que verifican el doble producto:

    $$25a^4 + 30a^3b + 9a^2b^2 = (5a^2)^2 + 2\cdot 5a^2\cdot 3ab + (3ab)^2 =$$
    $$= (5a^2 + 3ab)^2$$

  - *CUADRADO DE UNA DIFERENCIA ◊ El cuadrado de la diferencia de dos monomios es igual al cuadrado del primero menos el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.*

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplos:

Si nos dan una resta al cuadrado, desarrollamos la igualdad o multiplicamos dicha resta por si misma:

$$(5x^2y - 2yz)^2 = (5x^2y)^2 - 2\cdot 5x^2y\cdot 2yz + (2yz)^2 =$$
$$= 25x^4y^2 - 20x^2y^2z + 4y^2z^2$$

Si nos dan una expresión con dos términos positivos y uno negativo, buscamos los términos cuadráticos y comprobamos que verifican el doble producto:

$$25a^4 - 10a^4b + a^4b^2 = (5a^2)^2 - 2\cdot 5a^2\cdot a^2b + (a^2b)^2 =$$
$$= (5a^2 - a^2b)^2$$

- SUMA POR DIFERENCIA ◊El producto de una suma de dos monomios por su diferencia es igual a la diferencia de cuadrado.

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos:

Si nos dan una suma por una diferencia, desarrollamos la igualdad o multiplicamos:

$$(2yx^2 + 3xyz)\cdot(2yx^2 - 3xyz) = (2yx^2)^2 - (3xyz)^2 =$$
$$= 4y^2x^4 - 9x^2y^2z^2$$

Si nos dan una expresión con un término positivo y otro negativo buscamos los términos cuadráticos y desarrollamos la igualdad (en sentido inverso):

$$25a^4 - 9a^2b^2 = (5a^2)^2 - (3ab)^2 = (5a^2 + 3ab)\cdot(5a^2 - 3ab)$$

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico N°1

1) *CALCULAR EL VALOR NUMÉRICO DE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES ALGEBRAICAS PARA LOS VALORES x = 1, y = –1:*

   a) $4x^2y^3 + 5y - 3x =$

   b) $7y^4x^2 + 4x^3y^2 =$

   c) $-4x^4 + 14x^2 + 9 =$

   d) $9y^6 + 11y^3 + 25x =$

   e) $3x^3y - 6x^2y^2 + 5 - 9y^3x =$

   f) $-13x^2y^3 + 13x^3y^2 =$

2) *IDENTIFICA TODOS LOS ELEMENTOS (COEFICIENTE, PARTE LITERAL Y GRADO) DE LOS SIGUIENTES MONOMIOS:*

   a) $12x^3y^3$

   b) $-9y^4xz^2$

   c) $10a^2z^4y^3$

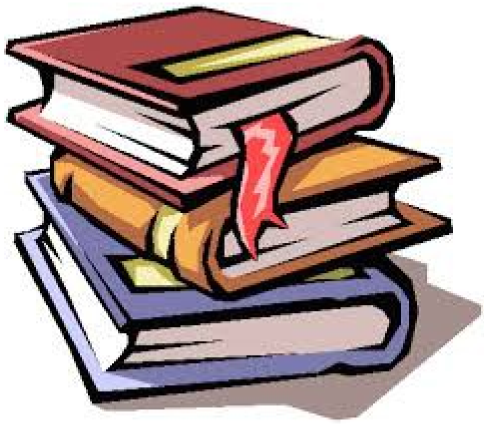
   d) $-4ax^6y^2$

   e) $-24x^2y^2z^2$

   f) $16x^4yz^2$

   g) $-23a^2b^3c^4$

   h) $19x^4$



3) *RESUELVE LAS SIGUIENTES OPERACIONES CON MONOMIOS:*

   a) $13a^3b^2 + 2b^2a^2 - 17b^2a^3 + 21a^3b^2 - 9a^2b^2 =$

   b) $3x^2y + 9 + 21y - 4y + 12xy^2 - 5x + 7yx^2 - 17y + 3x^3 - 2 =$

   c) $7ab^2c \cdot 19ca^2b^3 =$

   d) $-9x^3y \cdot 6xyz \cdot \frac{1}{3}z^2y =$

e) $12x^3y^2z : 3x^2y =$

f) $\dfrac{24x^3z^5y^4}{-8zy^2x^3} =$

g) $\left(-2x^3y^2z\right)^3 =$

h) $\left[\left(9x^3y^4z^2\right)^2\right]^6 =$

i) $\left(7ab^2c^3\right)^4 =$

j) $\dfrac{12x^3y^2z \cdot 5zx^2}{20zx^4y} =$

4) REDUCE TÉRMINOS Y CALCULA EL VALOR NUMÉRICO DE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES PARA $a=-1$, $b=-2$, $c=0$, $x=1$ E $y=2$:

a) $12ab-9a+15b+6ba-3a+2c-8b=$

b) $11b^2a-9ab^2+6x+9a-9x+6y-11ab^2+3x-y=$

c) $12a^7b^3c+21a-13bc+194cb^3a^7-12cb+6a=$

d) $3x^2y+21y-4y+12xy^2-5x+7yx^2-17y=$

e) $9+21yx-4x^2y+12xy^2-5x^3+7yx^2-17xy+3x^3-2=$

f) $ba^2-3b^2a-2ab-6ca+8bc-b^2a+9ac-12cb+13a^2b=$

5) CALCULAR EL GRADO DE LOS SIGUIENTES POLINOMIOS Y HALLAR EL VALOR NUMÉRICO PARA $x=-1$, $y=0$ Y $z=1$:

a) x^2z+xy

b) $x^3z^2-2yx^2+3y^5x+5z$

c) $3x^3-xy+y^2$

d) $4z^2x^3+2xz-3y^6$

e) $3x^3+2x^2-6x+7$

$$(a^m)^n=a^{m.n}$$

6) RESUELVE LAS SIGUIENTES OPERACIONES CON POLINOMIOS:

a) $6x^2y-3z^3x+8x-(18y-6xz)+\left(-yx^2+5x-3xz^3\right)+4zx-y+3=$

b) $\left(-4a^3-5ab+7b^2+12ba^2\right)+\left(5ba-3a^2+8a^2b\right)-\left(ab-b^2+6a\right)=$

c) $6x^3 - 4x^2 + 3x - 12 + (-5x + 9x^2) - (4x^3 - 9x + 13) =$

d) $(5y + 3xy - 4x^2) - (3yx + 6y - 12x + 9x^2) =$

e) $(9a^4 - 5a + 4 - 7a^2 + a^3) \cdot (2a^2 - 3a) =$

f) $(3yx + 6y - 12x + 9x^2) \cdot (x - 5) =$

g) $(8ab^4 - 5cb + b^2ca^5 + 7) \cdot (-9ab^2c + 3ca^3) =$

h) $(-5x + 9x^2) \cdot (8xy - 3x^2) =$

i) $(102b^3ac^4 - 36a^2b^5c^3 - 72ba^4c^2) : (-6abc) =$

j) $(18x^5 + 2x^4 - 34x^3 - 46x^2 + 14x) : (-4x) =$

k) $(10a^4b^5c^3 + 15b^2a^4c^5 - 35c^6a^7b^3) : 5a^3cb^2 =$

l) $(12x^4 - 24x^3 + 9x^2 - 108x) : 3x =$

6) EXTRAE EL FACTOR COMÚN EN CADA CASO:

a) $22m^2n + 210m^3n^4 - 30m^5n^3 =$

b) $12x^7 + 6x^3 - 33x + 21x^2 =$

c) $-5a^4 + 125a^2b^3 - 15a^3b + 20a =$

d) $16y^4 - 8y + 32y^3 - 40y^2 =$

e) $49ab^2c^3 - 7a^2bc^2 + 14a^3b^2c - 21bc^4a =$

7) COMPLETA LAS SIGUIENTES IGUALDADES NOTABLES:

a) $(3x - 4y^3)^2 =$

b) $(2x - 9y) \cdot (2x + 9y) =$

$$a^n . a^m = a^{n+m}$$

c) $(a^2bc^3 + 2ab^2c^3)^2 =$

d) $4a^4 + 12a^4b + 9b^2 =$

e) $16x^4y^2 - 9b^2 =$

f) $25c^2 - 60cb^3 + 36b^6 =$

g) $(12x^3y^2z - 11xy^2z^3)^2 =$

h) $-4 + 25x^6y^2 =$

i) $\left(8a^3b - 3b^2ac\right)^2 =$

j) $25y^2 - 36x^2 =$

k) $\left(3b^2a - 5b\right)^2 =$

l) $x^4 + 6x^2yz + 9y^2z^2 =$

m) $16a^2 - 16a + 4 =$

n) $\left(ab + 13x^2\right) \cdot \left(ab - 13x^2\right) =$

o) $\left(-2y + 5x\right)^2 =$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico N°2

1.- Completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	*GRADO*	*TERM. INDEP.*	*ORDENAR*	*COMPLETAR*
$2x-x^4+2+3x^3$				
$8-x^4$				
$x+4x^4$				
$2x-1+x^5$				

2.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se *indican:*

$a)\ 2x^3y-5x \quad para \quad x=-1 \quad y=5$

$c)\ \dfrac{2ab-5c}{a} \qquad para: a=2,\ b=-3 \quad c=5$

3- Efectúa las siguientes sumas y restas:

$a)\ (2a+3b-5ab)+(5a-4b+2ab)-(7a+b-ab)=$

$c)\ (2x^2y-3xy^2+5xy)-(6xy+2x^2y-3xy^2)+(5xy^2-3xy-4x^2y)=$

4.- Efectúa las siguientes multiplicaciones:

$a)\ (5x-2)\cdot(x^3-4x^2+2x-1)=$

$b)\ (2a-3b+5)\cdot(6a-4b+2)=$

$c)\ (-2x^2-4x+3)\cdot(4x^2-3x-6)=$

$d)\ (5x-3y+z)\cdot(2x+4y-9z)=$

e) (3x-2)·(-5x+3)·(x+4)=

f) $(2x-3)^3=$

5.- Efectúa las siguientes divisiones de polinomio entre monomio:

$$a)\ \frac{5x^2y^4-10x^5y^6+25x^3y}{5xy}=$$

$$b)\ \frac{12a^5b^2-10a^4b^3+8a^6b^7-6a^2b^5}{2a^2b^2}$$

6.- Efectúa las siguientes operaciones utilizando la fórmula correspondiente $\left\{\begin{array}{l}(a+b)^2=a^2+b^2+2ab\\(a-b)^2=a^2+b^2-2ab\\(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2\end{array}\right\}$

a) $(2x+7y)^2$

b) $(2xy+5a^2b^3)^2$

c) $(5a^2-3b)^2$

d) $(x-m^7)^2$

e) $(6x+4a)\cdot(6x-4a)$

f) $(8xy^5-3a)\cdot(8xy^5+3a)$

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico N°3

1.- Completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	GRADO	TERM. INDEP.	ORDENAR	COMPLETAR
$2x-x^4+2+3x^3$				
$8-x^4$				
$x+4x^4$				
$2x-1+x^5$				

2.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican:

$a)\ 2x^3y-5x \quad para \quad x=-1 \quad y=5$

$b)\ 5ab-6+2b^5 \quad para \ \ a=3 \quad b=-2$

$c)\ \dfrac{2ab-5c}{a} \quad para: a=2,\ b=-3 \quad c=5$

3- Efectúa las siguientes sumas y restas:

$a)\ (2a+3b-5ab)+(5a-4b+2ab)-(7a+b-ab)=$

$b)\ (x^3-5x^2+3)-(2x^2+3x-7)-(8x+2)=$

$c)\ (2x^2y-3xy^2+5xy)-(6xy+2x^2y-3xy^2)+(5xy^2-3xy-4x^2y)=$

4.- Efectúa las siguientes multiplicaciones:

$a)\ (5x-2)\cdot(x^3-4x^2+2x-1)=$

$b)\ (2a-3b+5)\cdot(6a-4b+2)=$

$c)\ (-2x^2-4x+3)\cdot(4x^2-3x-6)=$

$d)\ (5x-3y+z)\cdot(2x+4y-9z)=$

e) $(3x-2)\cdot(-5x+3)\cdot(x+4)=$

f) $(2x-3)^3=$

5.- Efectúa las siguientes divisiones de monomios (indicando si en algún caso el resultado no es un monomio):

$a)\ \dfrac{10x^3y^4z}{2xyz}= \qquad b)\ \dfrac{3a^5b^2}{2a^4b}= \qquad c)\ \dfrac{12x^4a^5b}{4xa^2b^3}= \qquad d)\ \dfrac{15x^4y^6a^3}{3x^2y^4}=$

6.- Efectúa las siguientes divisiones de polinomio entre monomio:

$a)\ \dfrac{5x^2y^4-10x^5y^6+25x^3y}{5xy}=$

$b)\ \dfrac{12a^5b^2-10a^4b^3+8a^6b^7-6a^2b^5}{2a^2b^2}$

7.- Efectúa las siguientes operaciones utilizando la fórmula $\left\{\begin{matrix}(a+b)^2=a^2+b^2+2ab\\ (a-b)^2=a^2+b^2-2ab\\ (a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2\end{matrix}\right\}$

3) $(2x+7y)^2$ *b)* $(3x+y^3)^2$ *c)* $(2xy+5a^2b^3)^2$ *d)* $(5a^2-3b)^2$ *d)* $(x-m^7)^2$

e) $(2x-6y)^2$ *f)* $(6x+4a)\cdot(6x-4a)$ *g)* $(8xy^5-3a)\cdot(8xy^5+3a)$ *h)* $(4x^2-9y^6)\cdot(4x^2+9y^6)$

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico N°4

1.- Dado el polinomio: $3x-x^6-3+2x^3$ se pide indicar:

- *grado:*
- *término independiente:*
- *completar:*
- *ordenar:*
- *coeficiente del término de mayor grado:*

2.- Calcular el valor numérico de la expresión $\dfrac{5a^3b^2-3ab^3}{5c}$ *para a=-3 b=-1 c=4*

3.- Efectuar las siguientes operaciones:

a) $(2ab-5a+3b)-(-2a-5b+3ab)-(b-a+ab)=$

b) $(-3x^2-4x+2)\cdot(x^3+2x^2-5x-7)=$

c) $(2x^2-4)\cdot(-3x+2)\cdot(5x-3)=$

d) $2x(-3x^2-4x-5)-(2x-6)^2=$

e) $(3x-y)^3=$

f) $4x^2(-3x^2-x+5)-(5x-3)\cdot(2x^2+4x)=$

4.- Efectuar las siguientes operaciones con productos notables:

a) $(3x^2-4y)^2=$

b) $(3a^2z+2b^5)^2=$

c) $(2a+5b)^2-(4a+b)\cdot(4a-b)+(3a+2b)^2=$

5.- Efectuar las siguientes operaciones:

a) $-2x^2y^5z\cdot(-2xyz)\cdot(-5x^8a)=$

b) $(-2a^5b^6c4)^4=$

c) $\dfrac{20m^4n^5+8m^3n^4-4mn^2}{4mn^2}=$

6.- Escribir un polinomio que cumpla todo lo siguiente:

- *que tenga tres término,*
- *que sea de grado 5,*
- *que el término independiente sea –6,*

- *que algún coeficiente del algún término sea 4.*

7.- Expresar en lenguaje algebraico:

- *el doble de la suma de dos números*
- *la tercera parte del cuadrado de un número mas el triple de dicho número.*

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

<u>Trabajo Práctico N°5</u>

1.- Indicar grado, término independiente, completar y ordenar los siguientes polinomios:

a) $2x^2-5+6x^3-4x^5$ *b)* $3y-2+7y^2$ *c)* $-4x^3+7x^4-1+x$ *d)* $2-y^3$

2.- De los siguientes monomios, indicar cual es el coeficiente, el grado con respecto a cada una de las letras y el grado del monomio:

a) $2x^3\,y^4$ *b)* $-5xy^7$ *c)* $x^4\,y^3\,z^2$ *d)* $-x^5$

3.- Calcular el valor numérico de los siguientes polinomios para $x=2$ $y=-1$ $z=\frac{2}{3}$

a) $3x^2-5x+3$ *b)*$2x-y+xy$ *c)* $3xy^3-2x^2y^2-1$ *d)* z^2-5z+3

4.- Dados los siguientes polinomios:

$P(x)=2x^2-3x+1$ $Q(x)=5x^2+x-3$ $R(x)=4x-3$ $S(x)=x^3+2x^2-x+3$

Efectuar las siguientes operaciones:

a) $P(x)+Q(x)$ *b)* $P(x)-Q(x)-S(x)$ *c)* $Q(x)-R(x)+S(x)$ *d)* $R(x)\cdot P(x)$
e) $R(x)\cdot Q(x)$ *f)* $P(x)\cdot Q(x)$ *g)* $R(x)\cdot S(x)$ *h)* $P(x)\cdot S(x)$

5.- Utilizando la fórmula: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, ***efectuar las siguientes operaciones:***

a) $(x+5)^2$ *b)* $(y+3)^2$ *c)* $(2x+3y)^2$ *d)* $(5a+3b)^2$
e) $(3x+7)^2$ *f)* $(2y+4)^2$ *g)* $(6x^2+y^5)^2$ *h)* $(3x^4+2a^3)^2$

6.- Utilizando la fórmula: $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$, ***efectuar las siguientes operaciones:***

a) $(y-3)^2$ *b)* $(a-5)^2$ *c)* $(5x-3y)^2$ *d)* $(x-7y)^2$
e) $(3x-4y)^2$ *f)* $(5a-3b)^2$ *g)* $(3x^4-5)^2$ *h)* $(2x^5-y^6)^2$

7.- Utilizando la fórmula: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$, ***efectuar las siguientes operaciones:***

a) $(x+4)(x-4)$ *b)* $(y+3)(y-3)$ *c)* $(2x+3y)(2x-3y)$ *d)* $(7x+y)(7x-y)$
e) $(5x+2y)(5x-2y)$ *f)* $(x+6y)(x-6y)$ *g)* $(2x^2-3)(2x^2+3)$ *h)* $(5x^2+3y^3)(5x^2-3y^3)$

8.- Efectuar y simplificar:

a) $(2x^2-5x+3)-(x-2)(2x-5)$ *b)* $3x(5x^2-4)+(x^2-5)(2x+3)$
c) $(5x-3)(x-2)-(3x-4(-2x+7)$ *d)* $4x-x(5x-3)-(-5x^2-3x)$
e) $2x(3x^2-5x+2)-(3x^3-5x^2+x-1)$ *f)* $(2x-3)(-5x+2)(5x+1)$
g) $(3x^2y-2xy^2+xy)-(5x^2y-8xy^2-3xy)-(x^2y+2xy)$ *h)* $(2x-y)(3x+2y)-(x^2+3xy-4y^2)$
i) $(3x-2)(-x^2+5x-2)-(2x-4)^2$ *j)* $(3x+2)^2-5x(x^2-4x+1)$
k) $(4x+3)(-2x^2-2x+1)-(5x+3)^2$ *l)* $(x-3)^2-2x(3x^2-x+3)$
m) $(x-y)^2-(x+y)^2-(x+y)(x-y)$ *n)* $(2x+3y)^2-(4x-y)^2$
ñ) $(5x-3y)^2-(4x+6y)^2$ *o)* $(3x+y)(3x-y)+(5x+2y)^2-(2x-4y)^2$

p) $(3x-2)\cdot(5x+3)\cdot(-2x-4)$ *q) $(2x-3y)^3$*
r) $(5x+3y-2z)^2$ *s) $(a-b-c)^2-(a+b-c)^2$*

9.- Efectuar las siguientes multiplicaciones de monomios:

a) $(2x^3y)\cdot(-3xy^4)\cdot(-4x^3y^5)$ *b) $(-5ab^3)\cdot(-3a^3b)\cdot(-2a)$*
c) $2x\cdot(-4x^3)\cdot 3x$ *d) $(5x^2y^3z^4)\cdot(-xyz)\cdot(2xy^3z^6)$*

10.- Realizar las siguientes potencias de monomios:

a) $(2x^3y^5)^3$ *b) $(5x^2y^4z^5)^2$* *c) $(-3xy^6z^2)^3$* *d) $(-5x^2yz^3)^2$*

11.- Realizar las siguientes divisiones de monomios:

$a)\ \dfrac{10x^3}{2x}$ $b)\ \dfrac{12x^3y^4}{6x^2y^3}$ $c)\ \dfrac{10x^4y^5z^6}{5xy^4z^5}$ $d)\ \dfrac{13x^2y^4}{2xy}$ $e)\ \dfrac{-5x^3y^{2z}xyz}{}$

12.- Realizar las siguientes divisiones de polinomios entre monomios:

$a)\ \dfrac{12x^3-9x^2+3x}{3x}$ $b)\ \dfrac{5a^4b^5-10a^7b+25a^3b}{5a^2b}$ $c)\ \dfrac{10x^3y^4+6x^4y^5-4x^2y^3}{2xy^3}$

13.- Realizar las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(2x^2-6x+3)$: $(x-2)$ *b) $(7x^3-5x^2+3x-2)$: (x^2-2x-1)* *c) $(4x^2-x+5)$: $(x+4)$*
d) (x^3-2x^2+x-3) : (x^2-3x-2) *e) $(2x^4-3x^2+5x+2)$: (x^2+x-3)* *f) $(3x^4+2x^3-x^2+5)$: (x^2-x+2)*

14.- Escribir una expresión algebraicas con las siguientes características:

- *m) Monomio con coeficiente 3 y grado 2.*
- *n) Binomio de grado 5.*
- *o) Trinomio de grado 2.*
- *p) Polinomio de grado 3 con término independiente 5.*
- *q) Dos monomios semejantes a $5x^2y^4$.*
- *r) Tres monomios con las letras x e y que no sean semejantes.*
- *s) Tres monomios de grado 5 con las letras x e y , que no sean semejantes.*

15.- Expresar en lenguaje algebraico las siguientes frases:

- *La mitad del cuadrado de un número.*
- *La suma de los cuadrados de dos números.*
- *El cuadrado de la suma de dos números.*
- *La mitad de un número menos el doble de dicho número.*
- *La mitad de un número más su quinta parte.ç*
- *La mitad de la suma de dos número.*
- *El cubo de un número.*
- *Tres números consecutivos.*
- *El número natural siguiente a n.*
- *El número natural anterior a n.*
- *El producto de dos números.*
- *La edad de una persona dentro de 5 años.*
- *La edad de una persona hace 4 años.*

Nombre y Apellido: ....

Tema: Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico N°6

1º Dados los monomios $A=5x^2;\ B=3x;\ C=7x^3;\ D=2x^2$ ***. Efectúa las siguientes operaciones:***

a) $A+D$

b) $A-D$

c) $A+B$

d) $A\cdot C$

e) $A\cdot D$

f) $B\cdot D$

2º ¿Verdadero o falso? Razónalo:

g) $\left[\left(-a^2\right)^3\right]^4=-a^{24}$

h) $x\cdot x=2x$

i) $\left(a^2\right)^4=a^6$

j) $x^3=3x$

k) $x^2+x^3=x^5$

l) $x^2\cdot x^3=x^5$

m) $(x+y)^2=x^2+y^2$

3º Realiza las siguientes operaciones con monomios:

a) $3x^3-2x^4+8-5x^3-\dfrac{1}{2}=$

b) $\left(-5x^2\cdot y^3\right)\cdot\left(\dfrac{4}{5}x\cdot y\right)\cdot\left(-6x^4\right)=$

c) $\left(-3x^2\cdot y\cdot z^4\right):\left(27x\cdot y\cdot z\right)=$

d) $\left(-5x^2\cdot y\right)^2=$

4 En las siguientes expresiones hay errores muy graves en la utilización de la propiedad distributiva. ¿Cuáles son? Corrígelos.

n) $x(x+y)=x^2+y$

o) $(3a+2)(1-b)=3a-2b$

p) $(a+b)^2=a^2+b^2$

q) $(a-b)^2=a^2-b^2$

r) $2x+3(3x-1)=6x-2x+9x-3$

5- Dados los polinomios: $p(x)=5x^2-3x+2,\ r(x)=x+1,\ q(x)=2x^3-1$**. Efectúa las siguientes operaciones:**

s) $p(x)+q(x)$ (Sol: $2x^3+5x^2-3x+1$)

t) $p(x)-q(x)$ (Sol: $-2x^3+5x^2-3x+3$)

u) $p(x)\cdot q(x)$ (Sol: $10x^5-6x^4+4x^3-5x^2+3x-2$)

v) $p(x)-r(x)$ (Sol: $5x^2-4x+1$)

w) $r(x)-q(x)$ (Sol: $-2x^3+x+2$)

x) $p(x)\cdot r(x)$ (Sol: $5x^3+2x^2-x+2$)

6- Efectúa las sumas y restas que se indican y reduce los términos semejantes:

- $(a-b)-(b+c-d)+(2b-a)$ $(\text{Sol}: d-c)$
    - $x+[(y-x)-(y-z)]$ $(\text{Sol}: z)$
    - $a^2-\left(b^2-c^2\right)+b^2-\left(a^2+c^2\right)-c^2-\left(a^2-b^2\right)$ $(\text{Sol}: -a^2+b^2-c^2)$
    - $(a+2b-6a)-[3b-(6a-6b)]$ $(\text{Sol}: a-7b)$
    - $(x+y-z)-(x-y+z)+(-x+y+z)-(-x-y+z)$ $(\text{Sol}: 4y-2z)$
    - $\left(4x^3-2x^2+x+1\right)-\left(3x^3-x^2-x-7\right)-\left(-x^3-4x^2+2x+8\right)$ $(\text{Sol}: 2x^3+3x^2)$

7- Haz los productos que se indican aplicando la propiedad distributiva y reduce términos semejantes:

- $(a+b)\cdot(a+b)$ (Sol: $a^2+2ab+b^2$)
- $(a+b)\cdot(a-b)$ (Sol: a^2-b^2)
- $(a+b+c)\cdot(a+b-c)$ (Sol: $a^2+b^2-c^2+2ab$)
- $(a+b-c)\cdot(a-b+c)$ (Sol: $a^2-b^2-c^2+2bc$)
- $(x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ (Sol: $x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc$)

8- Opera y simplifica las siguientes expresiones:

- $(x-a)\cdot(x-b)+(x-c)\cdot(x-d)$ (Sol: $2x^2-(a+b+c+d)x+ab+cd$)
- $(a+b)\cdot(b+c)-(c+d)\cdot(d+a)$ (Sol: $b^2-d^2+ab+bc-cd-da$)
- $(a+b)x+(b+c)y-[(a-b)x-(b-c)y]$ (Sol: $2bx+2by$)
- $(a+b-c)\cdot(a+b)+(a-b+c)\cdot(a+c)$ (Sol: $2a^2+b^2+c^2+ab-2bc+ca$)
- $(a-b)\cdot(a+b-c)+(b-c)(b+c-a)$ (Sol: $a^2-c^2-ab+bc$)

9- Efectúa las siguientes divisiones:

- $(x^4-6x^3+2x^2+3x-4):(x^2+x+2)$ ***(Sol:*** $C(x)=x^2-7x+7,\ R(x)=10x-18$***)***
-
- $(x^4-5x^3+11x^2-12x+6):(x^2-x+2)$ ***(Sol:*** $C(x)=x^2-4x+5,\ R(x)=x-4$***)***
-
- $(6x^4-x^3+5x^2+3x-14):(2x^2-3x+7)$ ***(Sol:*** $C(x)=3x^2+4x-2,\ R(x)=-31x$***)***

10- Efectúa las siguientes divisiones utilizando la división ordinaria y el método de Ruffini:

- $(3x^5+2x+1):(x+1)$ (Sol: $C(x)=3x^4-3x^3+3x^2-3x+5),\ R(x)=-4)$
- $(x^6+x^2-3):(x+3)$ (Sol: $C(x)=x^5-3x^4+9x^3-27x^2+82x-246,\ R(x)=735)$
- $(x^9+x^5+1):(x-2)$ (Sol:
  $C(x)=x^8+2x^7+4x^6+8x^5+17x^4+34x^3+68x^2+136x+272,\ R(x)=545)$

11- Los siguientes ejercicios se resuelven de la misma forma, usando el Teorema del Resto
Sin hacer la división, decir si las siguientes divisiones son o no, exactas:

- $(x^4-16):(x+2)$
  (Sol: R = 0)
- $(x^6+64):(x-2)$
  (Sol: R = 128)
- $(x^{99}+1):(x-1)$
  (Sol: R = 2)

12- Sin hacer la división, halla el resto de las divisiones:

- $(x^3-2x^2-3):(x-1)$ (Sol: R = – 4)
- $(a^3-1):(a-1)$ (Sol: R = 0)
- $(2x^4-2x^3+3x^2+5x+10):(x+2)$ (Sol: R = 60)

13 Utilizando el valor numérico (Teorema del Resto), halla el valor de *m* para que el polinomio $p(x)=5x^4-7x^3+2x^2+4x+m$ tenga por resto 130 al dividirlo por $x+2$ (Sol: m = – 6)

14- Calcula el valor de m en los polinomios siguientes sabiendo que:

- El resto de dividir $5x^4+mx^3+2x-3$ entre $x+1$ es cero (Sol: m = 0)
- $3x^2-mx+10$ es divisible entre $x-5$ (Sol: m = 17)

- $3x^3 - 7x^2 - 9x - m$ es múltiplo de $x - 3$ (Sol: $m = -9$)
- $p(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2mx + \frac{55}{48}$ es divisible entre $x - \frac{1}{2}$ (Sol: $m = -1$)
- $x + \frac{2}{3}$ es factor de $p(x) = x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{m}{2}$ $\left(\text{Sol: } m = \frac{-494}{135} \right)$
- $\left(x - \frac{1}{2} \right)$ es divisor de $2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{6}x + 3m$ $\left(\text{Sol} : m = \frac{-1}{9} \right)$