

TEMA : ECUACIONES CUADRATICAS

Llamamos ecuaciones de segundo grado a las que el exponente de la variable vale 2. También se llaman **ecuaciones cuadráticas**.

Las ecuaciones:

$$3x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$2x^2 - 34 = 6$$

$$12x^2 + 8x = 19$$

Son ecuaciones de segundo grado o cuadráticas debido a que la variable lleva un dos por máximo exponente.

Las ecuaciones de segundo grado tienen, generalmente, dos respuestas.

La **forma completa** de una ecuación de segundo grado es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Los coeficientes a , b y c son números reales.

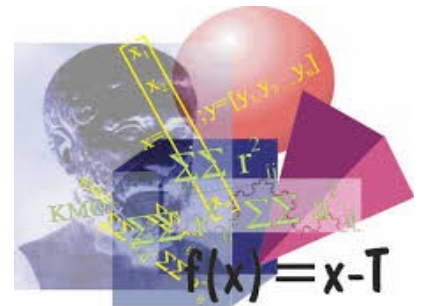
Decimos que tiene **forma completa** porque se trata de un polinomio de segundo grado ordenado: término con la variable elevado a 2, término con x elevado a 1 y el término independiente (no depende de x) igual (el signo = propio de toda ecuación) a cero, porque todos sus términos se hallan a la izquierda del signo (=).

Al coeficiente del término en x^2 se representa con a

Al coeficiente del término en x se representa con b

Al término independiente se le representa con c

Ejemplo:



$$3x^2 - 9x + 18 = 0$$

El valor de a es.....3

b es-9

c es.....18

¿CÓMO RESOLVEMOS ESTAS ECUACIONES?



Una ecuación de segundo grado es una ecuación que puede reducirse a la forma general

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0$$

Ejemplos: $3x^2 - 2x + 5 = 0$ $a=3, b=-2, c=5$; $x^2 - 3x - 4 = 0$ $a=1, b=-3, c=-4$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS

Si en la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es una ecuación incompleta y se pueden resolver directamente:

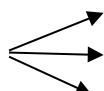
- a) si $b = c = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 = 0$ y la solución es $x = 0$
- b) si $b = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 + c = 0$; ejemplo $3x^2 - 12 = 0$; $3x^2 = 12$; $x^2 = \frac{12}{3} = 4$;
 $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$
- c) si $c = 0$ entonces la ecuación queda $x^2 + bx = 0$; Ejemplo $3x^2 - 12x = 0$ se saca factor común x ,
 $x(3x - 12) = 0$; primer factor cero $\boxed{x = 0}$
 segundo factor cero $3x - 12 = 0$; $3x = 12$; $x = \frac{12}{3} = 4$; $\boxed{x = 4}$

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN COMPLETA

La ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ se dice que está completa cuando todos los coeficientes son distintos de cero. En este caso las soluciones se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El valor del radicando de $\sqrt{b^2 - 4ac}$ permite saber el número de soluciones sin necesidad de hallarlas. $D = b^2 - 4ac$ se llama discriminante.

- $D = b^2 - 4ac$ 
- si D es positivo, tiene dos soluciones (signo +, signo -)
 - si D es cero, tiene una solución (solución doble)
 - si D es negativo, no tiene soluciones

Ejemplo: $x^2 - 3x + 2 = 0$ en esta ecuación $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$ y aplicando la fórmula

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 & \boxed{x = 2} \\ \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 & \boxed{x = 1} \end{cases}$$



Nombre y Apellido:

Tema: Ecuaciones Cuadráticas

Trabajo Práctico N°1

1. Escribe cada una de las siguientes ecuaciones en forma general identificando los coeficientes a b y c

a) $-2x^2 + 3x - 5 = 0$ b) $3x^2 = 4x - 1$ c) $1 - 3x^2 + x = 0$
d) $2 = 3x - 4x^2$ e) $2x(x - 1) = 2$ f) $(x - 2)x = 3x(2x + 1)$
g) $2x - 3 = 4x^2 - 5x + 1$ h) $(2 - 3x)^2 = x + 1$ i) $(x - 2)(3 - 2x) = 3$

(Soluciones: a) $a = -2, b = 3, c = -5$ b) $a = 3, b = -4, c = 1$ c) $a = -3, b = 1, c = 1$ d) $a = 4, b = -3, c = 2$
e) $a = 2, b = -2, c = -2$ f) $a = 5, b = 5, c = 0$ g) $a = 4, b = -7, c = 4$ h) $a = 9, b = -13, c = 3$ i) $a = -2, b = 7, c = -9$

2. Decir en cada ecuación si los valores que se proponen son solución o no de la ecuación

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$; $x = 0, x = 2, x = -3, x = 5$
b) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $x = 1, x = 1/2, x = -2, x = 3$
c) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; $x = -1, x = 1, x = 2, x = -2$

(Sol: a) no, si, no si b) no, si, no, no c) si, no, no, no)

3. En la ecuación $x^2 - 5x + c = 0$, una solución es 3. ¿Cuánto vale c? (Sol: $c = 6$)

4. En la ecuación $x^2 + bx + 15 = 0$, una solución es 5 ¿Cuánto vale b? (Sol: $b = -8$)

5. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas

a) $x^2 - x = 0$ b) $2x^2 = 0$ c) $x^2 - 9 = 0$ d) $4x^2 - 9 = 0$
e) $x^2 + 2x = 0$ f) $8x^2 + 16x = 0$ g) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$ h) $x^2 - 9x = 0$
i) $x^2 - 1 = 0$ j) $x^2 - 6 = 10$ k) $1 - 4x^2 = -8$ l) $x^2 + 11x = 0$
m) $(x - 5)(x + 1) + 5 = 0$ n) $(3x - 2)(3x + 2) = 77$

(Sol: a) $x = 0, x = 1$ b) $x = 0$ c) $x = \pm 3$ d) $x = \pm 3/2$ e) $x = 0, x = -2$ f) $x = 0, x = -2$ g) $x = \pm 4$ h) $x = 0, x = 9$
i) $x = \pm 1$ j) $x = \pm 4$ k) $x = \pm 3/2$ l) $x = 0, x = -11$ m) $x = 0, x = 4$ n) $x = \pm 3$

6. Calculando el discriminante, indicar el número de soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $x^2 - 16x + 64 = 0$ c) $x^2 - 6x + 13 = 0$
d) $x^2 - 14x + 49 = 0$ e) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ f) $2x^2 - x - 45 = 0$
g) $x^2 + x + 2 = 0$ h) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ i) $x^2 - 8x + 25 = 0$
j) $x - 2x^2 + 7 = 0$ k) $x - 5 + 3x^2 = 0$ l) $8 + x^2 + 3x = 0$
(Sol: a)2 b)1 c)0 d)1 e)2 f)2 g)0 h)1 i)0 j)2 k)2 l)0)

7. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$ b) $2x^2 - 9x - 1 = 0$ c) $4x^2 - 12x + 9 = 0$
d) $x^2 - 8x + 25 = 0$ e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ f) $3x^2 - 2x - 1 = 0$
g) $x^2 + 7x + 3 = 0$ h) $3x^2 - 6x - 12 = 0$ i) $3x^2 - 10x + 3 = 0$
j) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ k) $6x^2 - 5x + 1 = 0$ l) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

(Sol: a) 3,5 b) $\frac{9 \pm \sqrt{90}}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) no tiene e) $-\frac{3}{2}$ f) $1, -\frac{1}{3}$ g) $\frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$ h) $\frac{6 \pm \sqrt{180}}{6}$ i) $3, \frac{1}{3}$ j) $2, \frac{1}{2}$ k) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ l) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $11x + 21 = 2x^2$ b) c) $21x - 100 = x^2 + 21 - x$
d) $2x^2 - 1 = 1 - x - x^2$ e) $(x - 2)^2 = 3$ f) $(5x - 3)^2 - 11(4x + 1) = 1$
g) $(4x - 1)(2x + 2) = 12$ h) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$ i) $x^2 - \frac{3x + 1}{2} = \frac{2}{3}$

(Sol: a) $7, -\frac{3}{2}$ b) 0 c) 11 d) $-1, \frac{2}{3}$ e) $\frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$ f) $3, -\frac{1}{25}$ g) $1, -\frac{7}{4}$ h) $-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ i) no tiene)

Nombre y Apellido:

Tema: Ecuaciones Cuadráticas

Trabajo Práctico N°2

1- Determina las raíces de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

1) $x(2x - 3) - 3(5 - x) = 83$

2) $(2x + 5)(2x - 5) = 11$

3) $(7 + x)^2 + (7 - x)^2 = 130$

4) $(2x - 3)(3x - 4) - (x - 13)(x - 4) = 40$

5) $(3x - 4)(4x - 3) - (2x - 7)(3x - 2) = 214$

6) $8(2 - x)^2 = 2(8 - x)^2$

7) $\frac{x^2 - 6}{2} - \frac{x^2 + 4}{4} = 5$

8) $\frac{5x - 3}{x} = \frac{7 - x}{x + 2}$

9) $x^2 - 3x = 0$

10) $6x^2 + 42x = 0$

11) $x^2 + ax = 0$

12) $(x - 2)(x - 3) = 6$

13) $(x - 2)(x + 5) = 9x + 10$

14) $(2x + 6)(2x - 6) = (2x + 9)(3x - 4)$

15) $(x + 3)^2 - 8x - 9 = 0$

16) $(x + 4)^2 + (x - 3)^2 = (x + 5)^2$

17) $(x + 13)^2 = (x + 12)^2 + (x - 5)^2$

18) $3x + \frac{54}{2x + 3} = 18$

19) $\frac{4}{x + 3} - \frac{3}{x - 3} = \frac{7}{3}$

20) $x^2 - 18x + 80 = 0$

21) $x^2 - 4x - 96 = 0$

22) $x^2 - 17x + 52 = 0$

23) $x^2 - 7x - 120 = 0$

24) $4x^2 + 5x - 6 = 0$

25) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

26) $3x^2 - 10x - 25 = 0$

27) $7x^2 - 16x + 9 = 0$



$$28) x + \frac{15}{x} = 8$$

$$29) \frac{x}{3} + \frac{18}{x} + 5 = 0$$

$$30) \frac{x-8}{x+2} = \frac{x-1}{2x+10}$$

$$31) \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

$$32) \frac{4}{x-1} - \frac{3-x}{2} = 2$$

$$33) x^2 + 4ax - 12a^2 = 0$$

$$34) x^2 - 5ax + 6a^2 = 0$$

$$35) \frac{7-3x}{5-x} - \frac{2x}{3-x} = 8$$

Respuestas:

$$1) 7y-7 \quad 2) 3y-3 \quad 3) 4y-4 \quad 4) 4y-4 \quad 5) 6y-6 \quad 6) 4y-4 \quad 7) 6y-6$$

$$8) 1y-1 \quad 9) 0y3 \quad 10) 0y-7 \quad 11) 0y-a \quad 12) 0y5 \quad 13) 0y6 \quad 14) 0y - \frac{19}{2}$$

$$15) 0y2 \quad 16) 0y8 \quad 17) 0y12 \quad 18) 0y \frac{9}{2} \quad 19) 0y \frac{3}{7} \quad 20) 10y8$$

$$21) 12y-8 \quad 22) 4y13 \quad 23) -8y15 \quad 24) -2y \frac{3}{4} \quad 25) -1y \frac{1}{6} \quad 26) 5y - \frac{5}{3}$$

$$27) 1y \frac{9}{7} \quad 28) 5y3 \quad 29) -6y-9 \quad 30) 13y-6 \quad 31) -3y2 \quad 32) 3y5$$

$$33) 2ay-6a \quad 34) 9y \frac{11}{3}$$



