TEMA: INECUACIONES

Desigualdad: *se llama* ***desigualdad*** *a toda relación entre expresiones numéricas o algebraicas unidas por uno de los cuatro signos de desigualdad,* $<, >, \leq, \geq$

Por ejemplo:

$4+6<10$; $(x-1)\cdot(x-2)\geq 0$; $1+4<8$, *etc. ...*

Las desigualdades*, al igual que las igualdades* ***pueden ser ciertas o falsas****, así, en los ejemplos: la* ***primera*** *es* ***falsa****, la* ***segunda depende*** *del valor que le demos a x, y la* ***tercera*** *es* ***verdadera****.*

Las desigualdades en las que interviene una variable se denominan inecuaciones.

Inecuaciones: *son desigualdades en las que se encuentra presente en uno cualquiera de los miembros, o en ambos, una o más variables, o incógnitas.*

☑

- ✓ ***Una inecuación se verifica solo para algunos valores de las variables.***
  - ➢ ***Los valores numéricos*** *para los cuales se verifica la desigualdad* ***son las soluciones*** *de la misma.*
  - ➢ ***Resolver una inecuación*** *consiste en hallar los valores numéricos para los cuales la desigualdad es verdadera.*
- ✓ ***Inecuaciones equivalentes****, son aquellas que tienen las mismas soluciones.*
  - ➢ *Para hallar inecuaciones equivalentes debemos aplicar los* ***principios de equivalencia****:*

- ***Si sumamos o restamos*** *a los miembros de una inecuación* ***una misma cantidad*** *o expresión algebraica,* ***la inecuación que resulta es equivalente a la dada****.*
- ***Si multiplicamos o dividimos*** *los dos miembros de una inecuación* ***por una misma cantidad positiva y no nula****,* ***la inecuación que resulta es equivalente a la dada****.*
- ***Si multiplicamos o dividimos*** *los dos miembros de una inecuación* ***por una misma cantidad negativa****,* ***la inecuación que resulta es de sentido contrario a la dada****.*

- **Ejemplos:**
  - ⊠ $x-2\leq 3x-5 \Rightarrow x-2-x+5\leq 3x-5-x+5 \Rightarrow 3\leq 2x$, es una inecuación equivalente a la primera.

⊠ $\frac{3}{2}x+1>2x-\frac{4}{3} \Rightarrow 6\cdot\left(\frac{3}{2}x+1\right)>6\cdot\left(2x-\frac{4}{3}\right)$***, operando nos queda,***

$9x+6>12x-8$***, que es equivalente a la dada, y por último*** $-9x-6<-12x+8 \Rightarrow 12x-9x<8+6$***, y de ahí pasaríamos a otras inecuaciones equivalentes hasta llegar a la solución, en este caso*** $3x<14 \Rightarrow x<\frac{14}{3}$***, que es la solución, es decir, todos los valores de la variable menores que catorce tercios.***

Inecuaciones de primer grado:

son aquellas en las que las variables que intervienen están elevadas a un exponente igual a la unidad.

- ✓ ***Inecuaciones de primer grado con una incógnita, tienen por expresión general*** $\boxed{ax+b<0}$***, y todas sus equivalentes.***
  $ax+b\le 0$; $ax+b>0$; $ax+b\ge 0$.
  - ***Ejemplos:***
    - ***E1.-*** $99x-109\le 0 \Rightarrow x\le \dfrac{10}{99} \Rightarrow \forall x\in\left(-\infty,\dfrac{99}{109}\right]$*, es decir, se cumple para todo valor de la variable x menor o igual que noventa y nueve cientonueveavos.*
    - ***E2.-*** $17x-15>0 \Rightarrow x>\dfrac{15}{17} \Rightarrow \forall x\in\left(\dfrac{15}{17},\infty\right)$***,*** *es decir, se cumple para todo valor de la variable estrictamente mayor que quince diecisieteavos.*

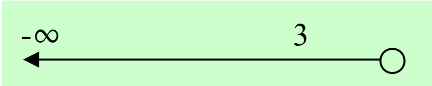
  Luego para resolver una inecuación se sigue un proceso similar al de resolver ecuaciones.

- ✓ ***Método analítico:***
  - *Para* ***resolver una inecuación de primer grado****, lo primero que hay que hacer es llegar a obtener la expresión general de una inecuación de 1er grado del apartado anterior aplicando los principios de equivalencia y los fundamentos del cálculo en general:*
  - ***Quitar paréntesis*** *si los hubiera. Para ello* **aplicar la propiedad distributiva** *del producto respecto a la suma.*
  - ***Quitar denominadores*** *si los hubiera. Para ello* **reducir ambos miembros** *a común denominador.*
  - ***Reducir términos semejantes*** *en ambos miembros.*
  - *Pasar a un miembro los términos que contengan la variable y al otro los que no la contengan, y volver a reducir términos. (Aplicar los* **principios de equivalencia de inecuaciones***)*
  - ***Despejar la variable****. (Volver a aplicar los* **principios de equivalencia** *de modo que la variable quede aislada en el 1er miembro y con coeficiente la unidad, 1)*

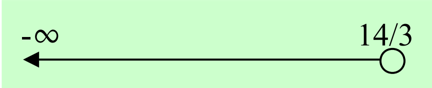
  IMPORTANTE: *si al aplicar los principios de equivalencia debemos* ***dividir o multiplicar*** *por una* ***cantidad negativa*** *tener presente que* ***cambia el sentido de la desigualdad****, así:*
    - $36-46x\ge 378x-315 \Rightarrow -46x-378x\ge -36-315 \Rightarrow 424x\le 351$ *ya que hemos tenido que multiplicar por –1 ambos miembros por ser éstos negativos, luego proseguiríamos de modo normal.*

- ✓ ***Ejemplos:***
  - ***E1.-*** $4x-7<x+2 \Rightarrow 4x-x<2+7 \Rightarrow 3x<9 \Rightarrow x<3 \Rightarrow \forall x\in(-\infty,3)$*, la solución son todos los valores de la variable menores estrictamente que 3.*
  - ***E2.-*** $\dfrac{3}{2}x+1>2x-\dfrac{4}{3} \Rightarrow \dfrac{9x+6}{6}>\dfrac{12x-8}{6} \Rightarrow 9x-12x>-8-6$*, como nos queda la variable negativa debemos multiplicar ambos miembros por –1, así*
    $-3x>-14 \Rightarrow 3x<14 \Rightarrow x<\dfrac{14}{3} \Rightarrow \forall x\in\left(-\infty,\dfrac{14}{3}\right)$*, la solución son todos los valores de la variable estrictamente menores que catorce tercios.*

- ✓ ***Modo de dar las soluciones:***
  - ***Por intervalos****, como en los ejemplos anteriores.*
  - ***Gráficamente****, por su representación en la recta real.*
    - *En los casos anteriores sería:*
    - *E1.-*



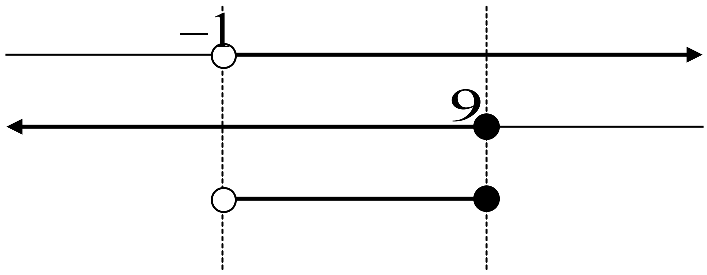
    - *E2.-*



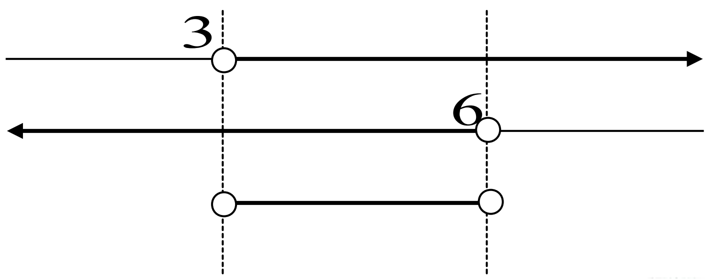
Sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita: *son aquellos en los que la única variable que interviene en todas las ecuaciones está elevada a un exponente igual a la unidad.*

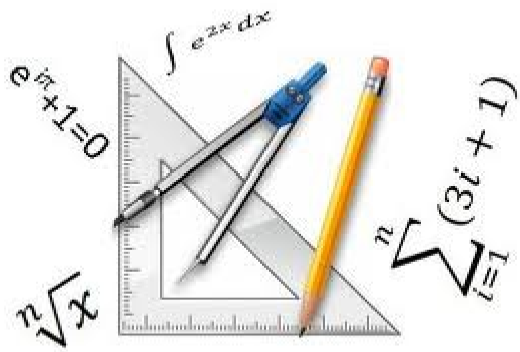
☑

- ✓ ***Sistemas de dos ecuaciones, tienen por expresión general:***
  - ➢ $\boxed{\begin{cases} a_1x < b_1 \\ a_2x < b_2 \end{cases}}$, *y todas sus equivalentes* $\begin{cases} a_1x < b_1 \\ a_2x > b_2 \end{cases}$, $\begin{cases} a_1x \le b_1 \\ a_2x \ge b_2 \end{cases}$, *etc. ...*
- ✓ ***Técnicas de resolución:*** *no existe más que un modo de resolverlos, independientemente del número de inecuaciones que compongan el sistema, se resuelve cada inecuación por separado, y al final se busca la solución en la intersección de todas ellas, es decir, el intervalo de solución común a todas.*
  - ➢ ***Ejemplos:***
    - ***E1.-*** $\begin{cases} x+2>1 \\ 2x-5 \le x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x \le 9 \end{cases}$, *los intervalos de solución son* $(-1,\infty)$ *para la primera y* $(-\infty,9]$ *para la segunda. Luego la solución común a ambas está en la intersección de ambos, es decir, en* $(-1,9]$, *gráficamente tal vez se vea mejor.*



    - ***E2.-*** *Sea x el largo de un rectángulo de 3 cm. de ancho, el lado de un triángulo equilátero y el lado de un cuadrado. Determinar su valor para que el perímetro de rectángulo sea superior al del triángulo e inferior al del cuadrado.*
      - ☒ *El planteamiento nos lleva a* $3x < 2x+6 < 4x$ *. Esta es una inecuación de primer grado que no podemos resolver directamente. Debemos pasar al sistema* $\begin{cases} 3x < 2x+6 \\ 2x+6 < 4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<6 \\ x>3 \end{cases}$, *la primera tiene por solución el intervalo* $(-\infty,6)$, *y la segunda* $(3,\infty)$ *, luego la solución común es la intersección de ambos, es decir* $(3,6)$ *. Ver la solución gráfica.*





Nombre y Apellido: ....

Tema: Inecuaciones

Trabajo Práctico N°1

1- Resolver las siguientes inecuaciones de primer grado:

a) $3 - x < 2 + 5x \Rightarrow$ *b)* $1 + x > 2 - 3x \Rightarrow$ *c)* $2 \cdot (3x - 3) > 6 \Rightarrow$

d) $3 \cdot (3 - 2x) < 2 \cdot (3 + x) \Rightarrow$ *e)* $2 \cdot (x + 3) + 3 \cdot (x - 1) > 2 \cdot (x + 2) \Rightarrow$

f) $\frac{3x - 3}{5} - \frac{4x + 8}{2} \le \frac{x}{4} - 3x \Rightarrow$ *g)* $2 \cdot (3 + x) \ge \frac{8 + x}{3} \Rightarrow$

h) $\frac{x + 1}{2} - 3x \le \frac{1 - 5x}{3} + 4 \Rightarrow$ *i)* $\frac{2x + 3}{x - 1} \le 2 \Rightarrow$

j) $\frac{3x + 1}{4} - \frac{1}{3} \le \frac{3}{15} \cdot (3x + 2) + \frac{4 \cdot (1 - x)}{3} \Rightarrow$ *k)* $\frac{3 - \frac{x}{3}}{3 + \frac{1}{2}} - x \ge \frac{3x - \frac{5}{2}}{1 - \frac{2}{3}} \Rightarrow$

2- Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} 2x - 3 > x - 2 \\ 3x - 7 < x - 1 \end{cases} \Rightarrow$ *b)* $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases} \Rightarrow$ *c)* $\begin{cases} 2x - 3 \le 3x + 7 \\ \frac{2x}{5} - \frac{x}{4} \ge \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$

d) $\begin{cases} \frac{x - 1}{3} - \frac{x + 3}{2} \le x \\ \frac{4x - 2}{4} - \frac{x - 1}{3} \ge x \end{cases} \Rightarrow$ *e)* $\begin{cases} (x - 1)^2 - (x + 3)^2 \le 0 \\ x - 3 \cdot (x - 1) \ge 3 \end{cases} \Rightarrow$

Nombre y Apellido: ....

Tema: Inecuaciones

Trabajo Práctico N°2

1- resolver las siguientes inecuaciones

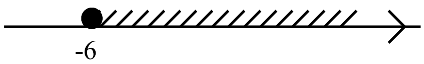
7) $x - 2 > 0$	8) $x + 9 > 16$
9) $1 - x < 1$	10) $14x - 30 - 4x < 5$
11) $2x + 1 > 3$	12) $2x + 5 < 8$
13) $3- 2x \geq 7$	14) $x + 2 > 5$
15) $x - 3 \leq 0$	16) $x - 4 > -1$
17) $x + 3 > -2$	18) $7 - 3x \geq 7$
19) $x + 5 < 4$	20) $2x - 2 > x + 1$
21) $x + 1 < x$	22) $-x + 5 \leq 2x + 2$
23) $-x + 4 < 5$	24) $2 + x \leq -1 + 2x$
25) $-2x + 4 > x + 1$	26) $2x - 1 > x + 2$
27) $2x + 3 \leq 9 + 5x$	28) $2x + 1 < 2x$
29) $3x - 3 > 2x + 1$	30) $x + 8 \geq 2x - 1$
31) $4x + 5 > 2x + 9$	32) $x - 1 \leq 5 + 3x$
33) $3x - 2 > 2x + 2$	34) $x - 2 \leq 6 + 3x$
35) $5x \leq 5x + 4$	36) $x \geq 4 + 3x$
37) $x \geq 2 + 4x$	38) $2x + 3 < x + 1$
39) $2x + 5 < 7$	40) $2(x + 3) > 3 (x - 1) + 6$
41) $7(2x - 6) \leq 3(4x + 9)$	42) $5(3x - 2) + 4(x + 10) < 6(5x - 2) - (4x + 15)$
43). $3x - 12 \leq 2(x - 3)$	44) $5(2x + 3) - 2(x + 5) > x + 7$
45) $5x + 3 \geq 2x + 9$	46) $3(x - 2) \geq 2(x + 1)$
47) $x - 5 > 2x - 7$	48) $8x + 16 > 4x - 8$
49) $x + 5 < x(2 + 13)$	50) $x + 3 < 2x - 7$

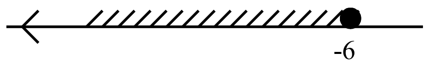
Nombre y Apellido: ……………………………………………………………………………………………………

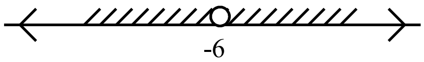
Tema: Inecuaciones

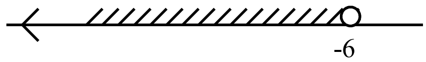
Trabajo Práctico N°3

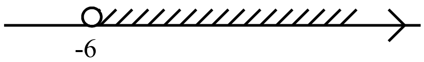
1- La inecuación $x \leq -6$ está representada por:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2- Al resolver el sistema, se obtiene:

$$\begin{cases} \mathbf{x - 5 \geq 1} \\ \mathbf{x + 3 < 16} \end{cases}$$

a) $S = \{ x \in R / 6 < x < 13 \}$
b) $S =]6 , 13]$
c) $S = [6 , 13 [$
d) $S = \{ x \in R / -6 < x < 13 \}$
e) $S = [6 , 13]$

3- En el sistema $x - 21 < -2$, el conjunto solución es :
$x + 6 \geq 3$

a) $]-3 , 19[$
b) $\{ x \in R / -3 \leq x < 19 \}$
c) $\{ x \in R / -3 \geq x < 19 \}$
d) $[-3 , 19]$
e) $[9 , -23[$

4- El conjunto de los números reales menores o iguales que -5 está dado por:

a) $[0 , 5]$
b) $]-\infty , -5]$
c) $]-\infty , -5[$
d) $]\infty , -5]$
e) $]\infty , -5[$

5- La expresión (como intervalo), que representa al conjunto $A = \{x \in R / -3 \leq x < 5 \}$ es

a) $[-3 , 5]$ b) $]-3 , 5]$ c) $]-3 , 5[$ d) $[-3 , 5[$

e) Ninguna respuesta anterior

6- Sea $S = \{ x \in [-8 , 6[\} \cup \{ x \in [6 , 10] \}$, es equivalente a :

a) $\{ x \in R / -8 \leq x < 6 \} \cup \{ x \in R / 6 < x \leq 10 \}$
b) $\{ x \in R / -8 < x < 10 \}$
c) $\{ x \in R / -8 < x \leq 10 \}$
d) $\{ x \in R / -8 \leq x \leq 6 \}$
e) $\{ x \in R / -8 \leq x < 10 \}$

7- Dado el siguiente sistema

$3(x + 2) + 5(x - 1) > 2$
$7(x - 3) + 8(x - 1) \geq 2(x - 5)$
$2(x - 4) \cdot (x + 3) < (x - 3) \cdot (2x - 1)$
entonces se tiene que la solución es :

a)]19/13 , 27/5[
b)]19/13 , 27/5]
c) [19/13 , 27/5]
d) [19/13 , 27/5[
e) Ninguna anterior

8- Dado el sistema $4x + 2 < y$, ¿cuál de los siguientes puntos no son solución de él?
$3y + x \geq -5$

I. (-8 , 1)
II. (0 , 0)
III. (2 , 10)

a) Sólo I y II
b) Sólo I y III
c) Sólo II y III
d) Todas I, II y III
e) Ninguno