

TEMA: FUNCIONES

Funciones: Tablas, gráficos y fórmulas

Una **función** es una relación entre dos magnitudes de forma que a cada valor de la primera magnitud, llamada **variable independiente**, le corresponde un único valor de la segunda magnitud, llamada **variable dependiente** o **función**.

Una misma función se puede representar mediante una **fórmula**, una **tabla**, o mediante un **gráfico**.

Ejemplo:

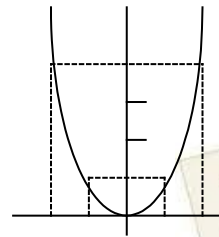
$$v = t^2$$

t	-2	-1	0	1	2
v	4	1	0	1	4

Fórmula

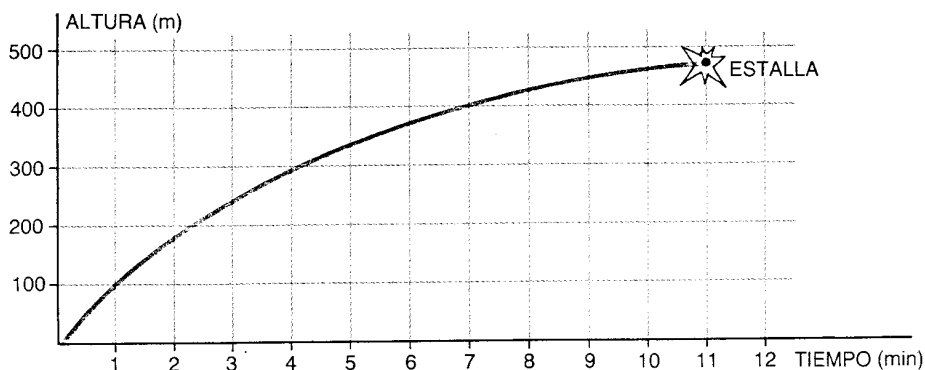
Tabla

Gráfico



Observemos los siguientes ejemplos:

- 1) La siguiente gráfica representa la altura y , con el paso del tiempo x , a la que se encuentra un globo de hidrógeno que se ha soltado y que se va elevando hasta que estalla:



- 2) La siguiente tabla representa la variación y del área de un cuadrado en función de la medida x del lado:

Medida del lado (x cm)	Área del cuadrado (y cm ²)
2	4
3,5	12,25
4	16
5,2	27,04
$\sqrt{30}$	30

- 3) En una prueba de frenos de un auto en un camino seco, se encuentra que la relación entre la distancia de frenado, y , con la velocidad del auto, x , puede representarse mediante la fórmula $y = 0,012 x^2$; y se mide en m y x se mide en km/h.

En estos tres ejemplos, observamos una relación entre dos magnitudes, x e y . El valor que adopta una

de ellas (y) depende del valor asignado a la otra (x). Por esta razón, decimos que y es la variable **dependiente** y que x es la variable **independiente**, y podemos escribir $y = f(x)$, lo que indica que el valor y es obtenido a partir del valor x mediante la aplicación de la función f .

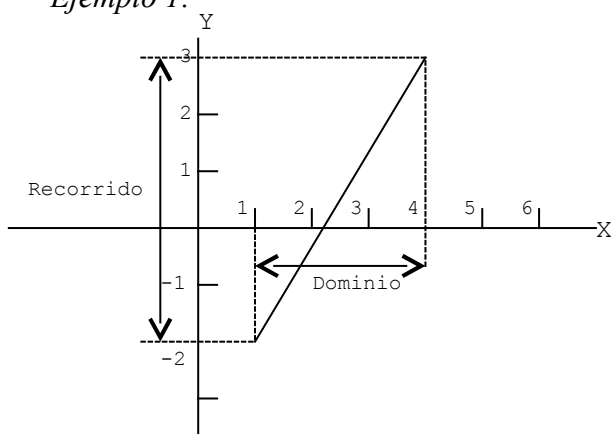
Para que una relación entre dos variables numéricas pueda ser considerada una **función**, es necesario que **a cada valor** de la variable independiente le corresponda **un único valor** de la variable dependiente. En símbolos:

Decimos que f es una función de un conjunto A en otro conjunto B , y escribimos $f: A \rightarrow B$, si y sólo si $\forall x \in A: \exists$ un único $y \in B$ tal que $f(x) = y$.

Dominio y recorrido de funciones

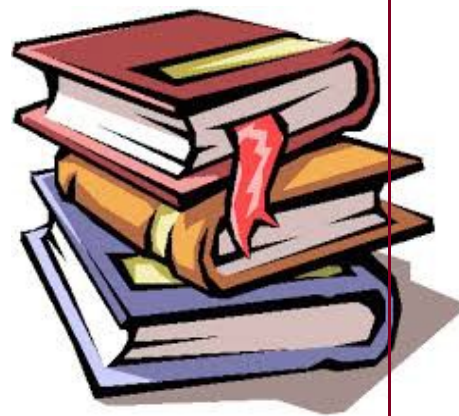
Se llama **dominio** al conjunto de valores que puede tomar la variable independiente.
 A cada valor de la variable independiente le corresponde un solo valor de la variable dependiente.
 Se llama **recorrido** al conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente.

Ejemplo 1:



Ejemplo 2:

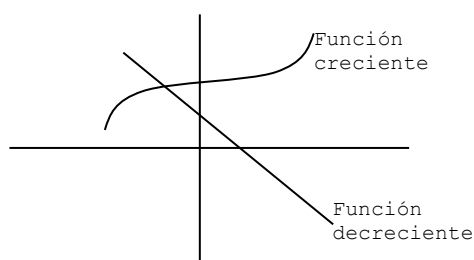
$y = x$
 Dominio: \mathbb{R}
 Recorrido: \mathbb{R}



Propiedades globales de las funciones : Crecimiento, máximos y mínimos

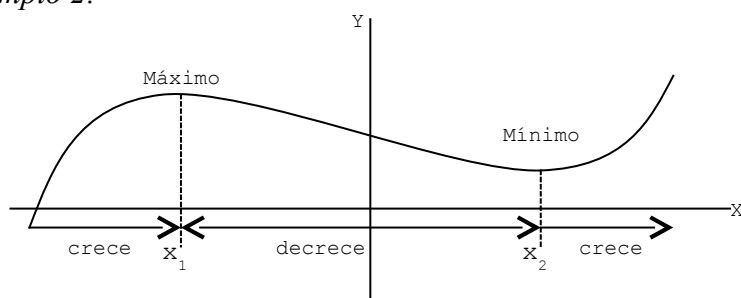
Una función es **creciente** cuando al aumentar el valor de x , aumenta y .
 Una función es **decreciente** cuando al aumentar el valor de x , disminuye y .

Ejemplo 1:



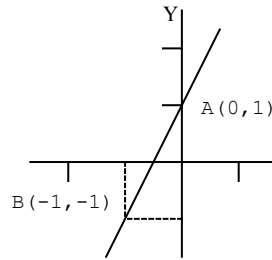
Una función presenta un **máximo relativo** en un punto si crece a la izquierda de ese punto y decrece a la derecha. Si la función decrece a la izquierda y crece a la derecha presenta un **mínimo relativo**.

Ejemplo 2:



Rectas

La representación gráfica de una función del tipo $y = ax + b$ siempre es una **recta**. El número a es la pendiente de la recta y b , la ordenada de corte con el eje Y.



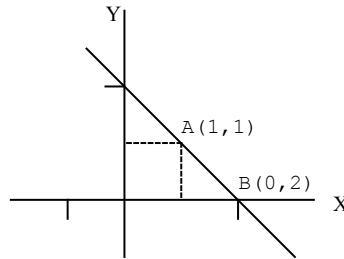
Ejemplo 1: $y = 2x + 1$

x	0	-1
y	1	-1

La recta que pasa por dos puntos de coordenadas, (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , tiene por ecuación:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo 2: $\frac{y-1}{0-1} = \frac{x-1}{2-1} \Rightarrow y = -x + 2$



Si las dos rectas se cortan, el **punto de corte** de ambas es la solución del sistema que forman sus dos ecuaciones.

Paralelismo y perpendicularidad de rectas

Dos rectas son **paralelas** cuando tienen la misma pendiente. Así, las rectas $y = ax + b$ e $y = ax + c$ son paralelas.

Ejemplo 1: $y = 2x + 1$ e $y = 2x + 5$ son paralelas porque tienen la misma pendiente $a = 2$.

Dos rectas son **perpendiculares** cuando el producto de sus pendientes es igual a -1 . Así, las rectas $y = ax + b$ e $y = cx + d$ son perpendiculares si se cumple que $a \cdot c = -1$.

Ejemplo 2: $y = -5x + 3$ e $y = 1/5 \cdot x + 6$ son perpendiculares porque $(-5) \cdot 1/5 = -1$.



Nombre y Apellido:.....

Tema: Funciones

Trabajo Práctico 1

1 Dada la siguiente tabla, contesta las siguientes preguntas:

Diámetro	1	2	3	4	5
Longitud de la circunferencia	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71

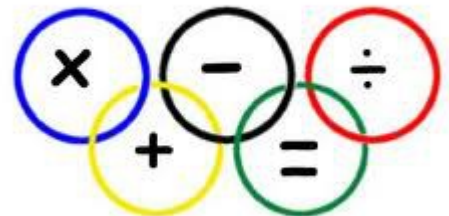
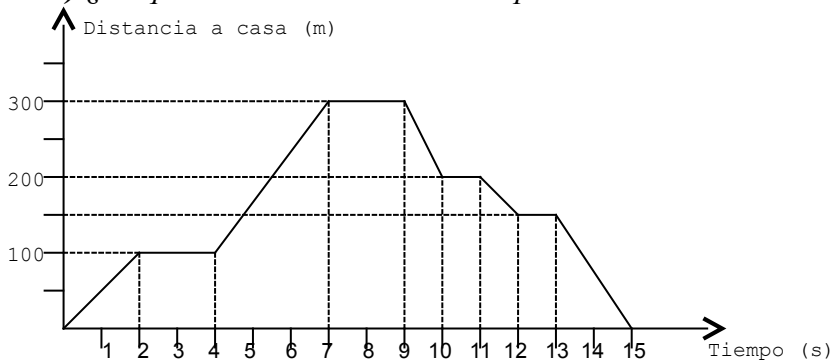
- a) ¿Puedes encontrar alguna fórmula que relacione las dos variables?
- b) ¿Cuál sería la variable independiente y cuál la dependiente?

2 Escribe las fórmulas que corresponden a los siguientes enunciados:

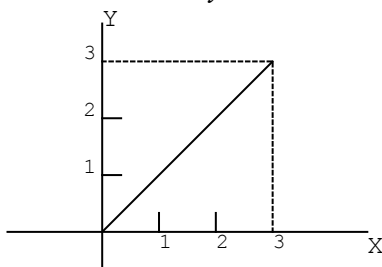
- a) A cada número le corresponde el mismo más dos.
- b) A cada número le corresponde su doble.
- c) A cada número le corresponde su cuadrado.
- d) A cada número le corresponde su inverso.

3 Una persona sale de paseo de su casa y durante su recorrido para en cuatro lugares diferentes. El gráfico representa esta situación.

- a) ¿Cuánto tiempo ha durado el paseo?
- b) ¿Cuánto tiempo ha estado en cada uno de los cuatro sitios?
- c) ¿Cuál es el sitio que se encuentra más lejos de su casa?
- d) ¿En qué momentos ha ido más deprisa?



- 4 ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función correspondiente al ejercicio 1?
- 5 ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función $y = +\sqrt{x}$?
- 6 Indica el dominio y el recorrido de la función representada por la siguiente gráfica.



- 7 Indica el dominio y el recorrido de la función, dada por la fórmula $y = x + 1$
- 8 Representa los valores de la variable independiente 1, 2, 3, 4 y 5 de la función $y = x - 1$.
- 9 Representa en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos:
A(1, 2) B(-1, 2) C(2, -3)
D(-2, -3) E(0, 0) F(1/2, -1)

$G(-3/2, -2)$ $H(-1, -3)$ $I(-3, 1,5)$

10 Representa gráficamente la función $y = x$ teniendo en cuenta que el dominio de la variable independiente es R .

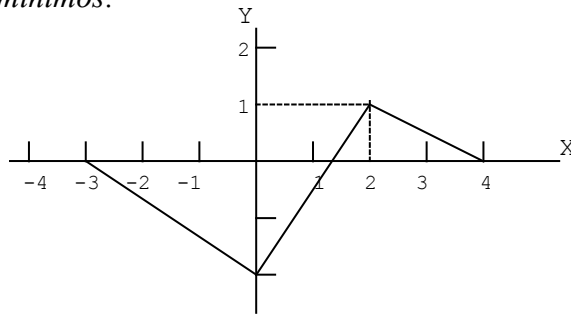
11 Representa gráficamente la función $y = x$ siendo el dominio:

- a) Z b) N

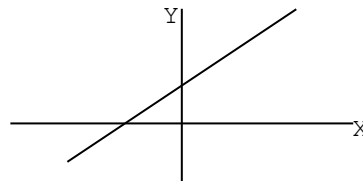
12 Representa la función $y = x^2$. ¿Cuál es el recorrido?

13 Representa la función $y = \sqrt{x}$. ¿Cuáles son el dominio y el recorrido?

14 Indica dónde es creciente la función cuya gráfica está representada en la figura, así como sus máximos y sus mínimos:



15 Indica dónde es creciente la función cuya gráfica está representada en la figura, así como sus máximos y sus mínimos:



16 Dibuja gráficas para unas funciones que posean las siguientes características:

- a) Dominio: todo R ; recorrido: todos los números menores que 3; único máximo para $x = 3$.
 b) Dominio: desde -3 hasta 4; recorrido: los números reales negativos; siempre creciente.
 c) Dominio: R ; recorrido: R^+ . un máximo para $x = -1$ y un mínimo para $x = 3$.

17 Representa la recta que tiene por ecuación $y = 2x + 3$. ¿Cuál es su pendiente y su ordenada en el origen?

18 Representa la recta que tiene por ecuación $y = -3x - 1$. ¿Cuál es su pendiente y su ordenada en el origen?

19 Representa en los mismos ejes las rectas:

- a) $y = x + 2$ b) $y = 2x + 2$ c) $y = 3x + 2$
 d) $y = 4x + 2$ e) $y = \frac{1}{2}x + 2$

20 Representa en los mismos ejes:

- a) $y = -2x + 1$ b) $y = -3x + 1$ c) $y = -4x + 1$
 d) $y = -5x + 1$ e) $y = -\frac{1}{2}x + 1$



Nombre y Apellido:.....

Tema: Funciones

Trabajo Práctico 2

1- Representa en los mismos ejes:

a) $y = 2x$ b) $y = 2x + 2$ c) $y = 2x + 1$ d) $y = 2x + 3$

2 - Representa en los mismos ejes:

a) $x = 3$ b) $x = 1$ c) $x = 0$ d) $x = -2$

3- Halla analítica y gráficamente el punto de corte de las rectas $y = 2x - 4$ e $y = -x - 1$.

4- Halla el punto de corte de las rectas $y = 2x + 3$ e $y = 2x + 1$. ¿Cómo son estas rectas?

5- Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(2, 3)$.

6- Dadas las siguientes rectas decir cuáles de ellas son paralelas entre sí.

a) $y = 2x - 5$ c) $y = 3$ e) $x = 1$ g) $y = -2x - 3$ i) $x = -1$

b) $y = -\frac{1}{3}x + 4$ d) $y = -2x - 1$ f) $y = 2x + 4$ h) $y = 6$ j) $y = -\frac{3}{9}x + \frac{1}{3}$

7- Dada la recta $y = 2x + 1$ escribe tres rectas cualesquiera que sean paralelas a ella.

8- Dada la recta $y = -4x + 2$ halla la ecuación de la recta paralela a ella que pase por el punto $(1, 2)$.

9- Dadas las siguientes rectas, decir cuáles son perpendiculares entre sí.

a) $y = 3x - 1$ c) $y = 4$ e) $x = -6$ g) $y = \frac{1}{4}x - 1$

b) $y = \frac{2}{3}x$ d) $y = -4x + 3$ f) $y = -\frac{2}{6}x + 4$ h) $y = -\frac{3}{2}x + 5$

10- Dada la recta $y = 3x - 3$, escribe las ecuaciones de cinco rectas perpendiculares a ella.

11- Dibujar las rectas determinadas por los siguientes pares de ecuaciones y decidir si las mismas son paralelas o perpendiculares:

a) $y = 2x + 2$, $y = 2x - \frac{5}{2}$

b) $y = 2$, $x = 5$

c) $y = -2x + 3$, $y = x - 3$

d) $2x + 3y = 4$, $-3x + 2y = 0$



12- a) Hallar una recta paralela a la recta $y = -3x + 1$ que pase por el punto $(1, 1)$.

b) Hallar una recta perpendicular a la recta $2x - y = 4$ que pase por el origen.

13- Dadas las siguientes funciones, determinar cuáles son rectas y, en caso afirmativo, hallar pendiente, ordenada al origen y graficar.

a) $y=2x+3$

b) $y-4=x \cdot (x-1)$

c) $3x-6y+2=0$

d) $y=3$

e) $y=-x-1$

14- Graficar los siguientes pares de rectas y responder:

a) $y=-x$, $y=x$

b) $y=2x+1$, $y=-2x+1$

¿Qué diferencia se observa en los gráficos de las rectas cuando varía el signo de la pendiente?

15- ¿Cuál es la pendiente de una recta paralela al eje y ?



Nombre y Apellido:.....

Tema: Funciones

Trabajo Práctico 3

Ejercicio n° 1.-

Representa gráficamente estas rectas:

a) $y = -2x + 1$ b) $y = \frac{3}{2}x - 1$ c) $y = -1$

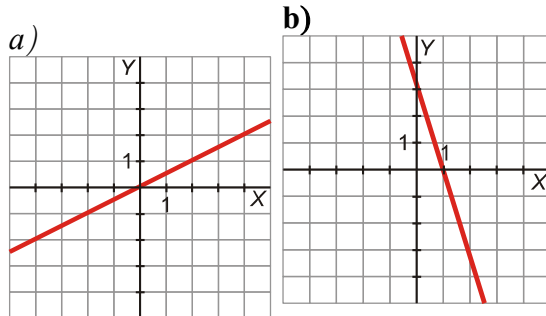
Ejercicio n° 2.-

Despeja y en cada caso y representa gráficamente:

a) $x + 2y + 1 = 0$ b) $2y = 4$

Ejercicio n° 3.-

Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:



c) $y = \frac{4x + 1}{2}$
d) $2x + 3y = 4$



Ejercicio n° 4.-

Halla la ecuación de cada una de estas rectas:

- a) Paralela al eje OX y que pasa por el punto $P(4, 5)$.
- b) Pasa por los puntos $A(15, 10)$ y $B(8, -6)$.

Ejercicio n° 5.-

Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo.

- a) Escribe la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total, y , en función del tiempo que esté trabajando, x .
- b) Representala gráficamente.
- c) ¿Cuánto tendríamos que pagar si hubiera estado 3 horas?

Ejercicio n° 6.-

Escribe la ecuación de una recta paralela al eje Y que pase por $(-3, 1)$. La recta obtenida, ¿corresponde a una función?

Ejercicio nº 7.-

Pablo sale a dar un paseo caminando a 2 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarlo su hermano que camina a 3 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance? Representa las gráficas y escribe la solución.

Ejercicio nº 8.-

Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

a) Tiene pendiente -2 y corta al eje Y en el punto $(0, 3)$

b) Pasa por los puntos $M(4, 5)$ y $N(2, -3)$

Ejercicio nº 9.-

Rocío sale en bici desde la plaza hacia un pueblo cercano a una velocidad constante de 3 m/s. Sabiendo que la plaza está a 6 m de su casa:

a) Halla la ecuación de la recta que nos da la distancia, y , en metros, a la que está Rocío de su casa al cabo de un tiempo x (en segundos)

b) Representala gráficamente.

c) ¿Cuál sería la distancia al cabo de 10 segundos?

Ejercicio nº 10.-

Sea la recta $y = \frac{2x - 3}{5}$.

a) Indica su pendiente y explica, sin dibujarla, si es creciente o decreciente.

b) Escribe la ecuación de la recta con la misma pendiente pero ordenada en el origen opuesta.



Nombre y Apellido:.....

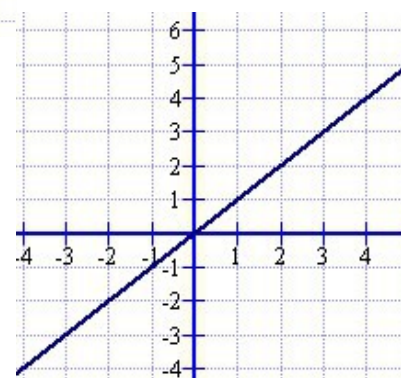
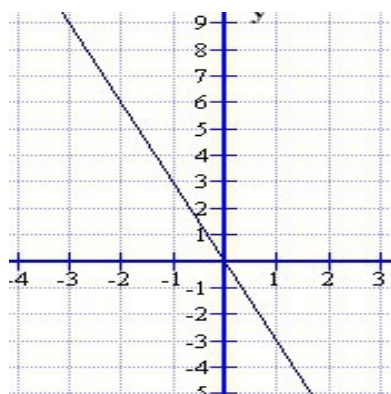
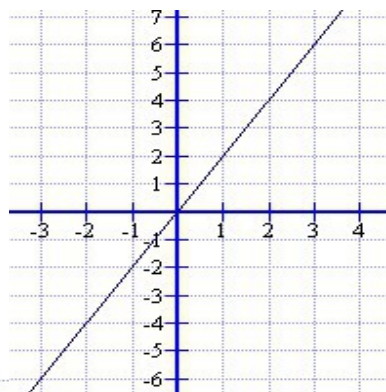
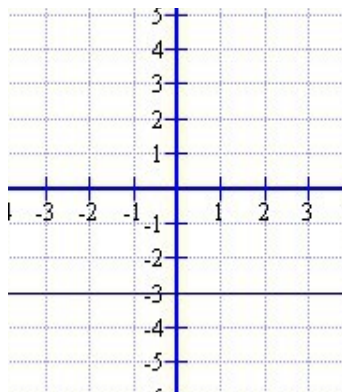
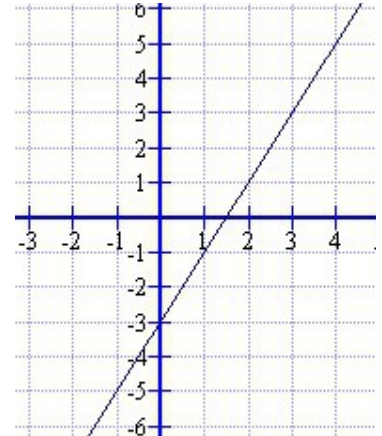
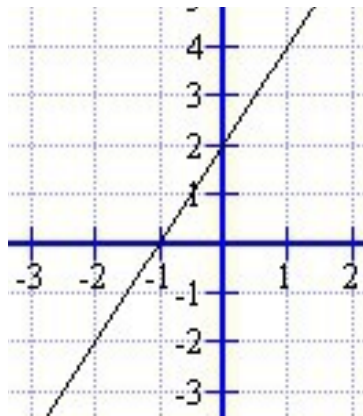
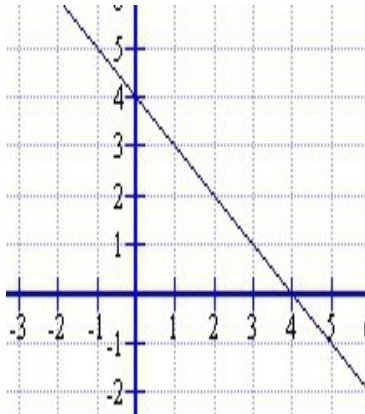
Tema: Funciones

Trabajo Práctico 4

1.- Construya la tabla de valores, grafique e indique si son crecientes o decrecientes las funciones:

- a) $f(x) = 2x + 3$ c) $y = x + 5$
 b) $f(x) = -3x + 2$ d) $f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

2.- A partir de las gráficas, halla la ecuación (regla de correspondencia) e indique el tipo de función:



3.- Halle la regla de correspondencia para cada tabla de valores:

xx	0	1	2	3	...
y	1	4	7	10	...

xx	0	2	4	6	...
y	4	5	6	7	...

xx	1	2	3	4	...
y	3	5	7	9	...

Determine la regla de correspondencia, grafique e indique si es creciente o decreciente

4.-El ingreso a los juegos cuesta S/2,50 . Si cada juego cuesta S/4,50 , obtén la ecuación que relaciona el gasto total en función del ingreso y la cantidad de juegos en que se participe. ¿Cuánto gastará una persona en 4 juegos.

5.- Por alquilar una moto , una empresa nos cobra S/. 10 de seguro más un adicional de S/. 3 por cada 5 Km. recorridos

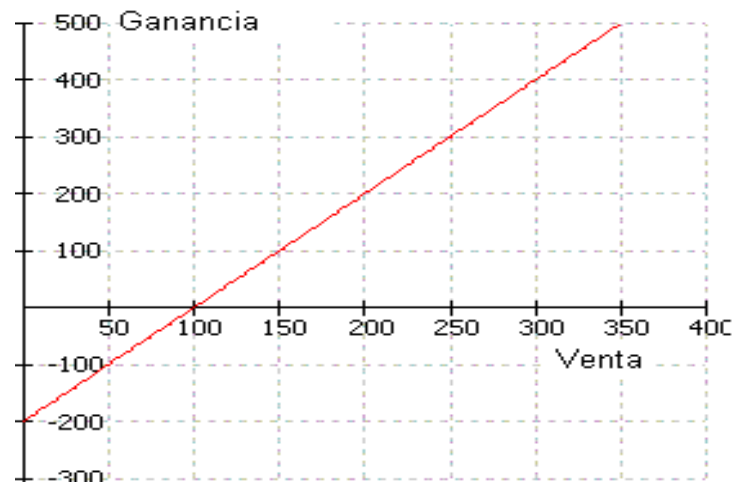
6.- La tarifa para mandar un telegrama es el siguiente: S/. 2,50 por cuota fija y S/- 0,20 por cada palabra.

7.-Una compañía que fabrica cierto producto tiene costos fijos de \$32.000. Si el costo variable por producir una unidad es de \$4. a) Encuentra la función de costo total de este producto b) El valor del costo por la fabricación de 50 unidades

8- El ingreso por la venta de cierto artículo de repostería está dado por $I(x) = 450x + 50$ soles y el costo de producción por $C(x) = 50x + 80$ soles. Determina la utilidad si se producen y se venden en un día 50 de estos artículos

9.-En el diagrama siguiente se ha modelado el comportamiento de una función en un teatro

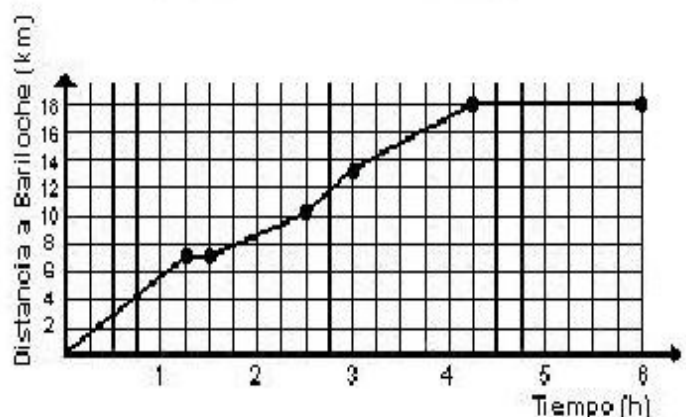
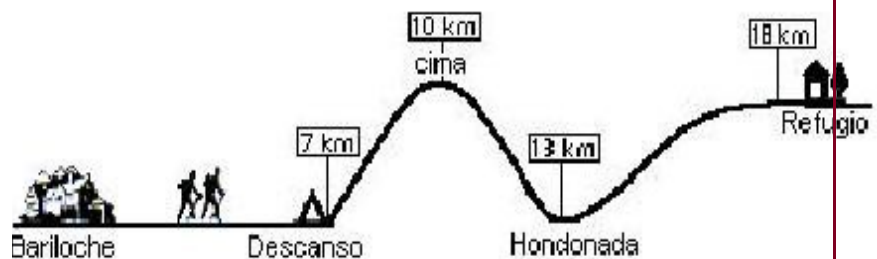
- ¿Qué consecuencias económicas hubiese traído si no venden entradas?
- ¿Qué ganancias se logró con la venta de 350 entradas?
- Las ganancias obtenidas con la venta de 250 entradas
- ¿Cuántas entradas se necesitaban vender para solo cubrir los gastos



10) Dos excursionistas proyectan realizar una caminata desde San Carlos de Bariloche (Río Negro) hasta un refugio en la montaña, que se encuentra a 18 km de la ciudad.

Para orientarse, cuentan con un perfil del trayecto y un gráfico distancia - tiempo confeccionado por un grupo que realizó esa caminata el mes anterior. Responder las siguientes preguntas a partir de la información dada por dichas representaciones:

- ¿Cuántos km recorrieron aproximadamente hasta llegar al primer descanso?. ¿A qué hora llegaron?. ¿Cuánto tiempo se detuvieron?.
- ¿Cuántos km recorrieron desde ese lugar hasta alcanzar la primera cima y cuánto tiempo tardaron en subirla?.
- ¿Cuántos km hicieron de bajada?. ¿Les llevó menos tiempo?.
- Comparar el trayecto desde la cima hasta la hondonada, marcado en el perfil, con la parte del gráfico que lo



11.- La administración de un restaurante paga a una mesera un salario semanal de S/A . Este salario es el resultado de una asignación fija de $S/150$ más $S/.0,50$, por cada uno de los n clientes que atiende.

a) Escriba una fórmula que relacione a A y n

b) Calcule el salario que la mesera recibió en una semana que atendió a 240 usuarios.

c) Al finalizar otra semana el camarero recibió $S/280$ ¿Cuántos usuarios atendió?

El administrador decidió reducir el salario básico a $S/.125$, pero aumentar el pago por cliente a 80 centavos,

d) Escriba una fórmula que relaciona A con n de acuerdo a la nueva disposición del administrador.

e) Encuentre el número de clientes que la mesera atendió en una semana si cualquiera de las dos opciones recibió el mismo pago.

12.- Una empresa de transportes establece sus tarifas de este modo: \$ 0,10 por km recorrido y \$ 5 por paquete o maleta. ¿Cuánto costará trasladarse con una maleta a 100 km? ¿Y a 200 km?

a) Completar la siguiente tabla considerando que se lleva una maleta:

Distancia(km)	100	150	200	250	300
Precio(S/)					

b) Expresar por fórmula la función que relaciona número de km y precio del traslado.

c) Analizar la misma situación pero trasladándose con dos maletas.

d) Representar en un mismo gráfico las dos situaciones (viajar con una maleta - viajar con dos maletas). Interpretar.

e) Proponer cómo viajar de tal forma que la función que relacione número de km. y precio del traslado sea de proporcionalidad.

Incluir en la gráfica anterior su representación e indicar su fórmula.

Otras empresas de la competencia tienen las siguientes tarifas :

	Precio por km	Precio por maleta	Ecuación sin maletas	Ecuación con una maleta
Empresa A	0,15	2,5	$y = 0,15x$	$y = 0,15x + 2,5$
Empresa B	0,06	7		

Representar gráficamente; decidir qué empresa contratar para gastar lo menos posible.

13.- Un kilogramo de papas cuesta $S/0,90$. Escribir y representar la función que define el valor de papas en función de los kilogramos comprados.

14.- Cada una de las siguientes tablas corresponde a una función. Para cada una de ellas:

a) Completar la tabla de tal forma que la función represente una función de proporcionalidad directa.

b) Escribir una fórmula que relacione los elementos de la primera fila con los de la segunda.

c) Representar los datos de la tabla en un sistema de coordenadas cartesianas.

Tiempo de marcha (en horas)	1	2	3			
Espacio recorrido (en km.)	80			400	800	50

Capital invertido (en pesos)	1000	500	250		
Interés percibido (en pesos)	100			12.5	75

Masa del aluminio (en gramos)	2,7				13,5
Volumen del aluminio (en cm^3)	1	2	3		

19.- Una empresa ofrece dos opciones para el pago del consumo de electricidad . La opción A establece que el costo total C , se obtiene añadiendo a una cantidad fija de $S/12$; 10centavos para cada unidad n de electricidad consumida.

a) Escriba una fórmula que relacione el costo total C , con el número n de unidades consumidas.

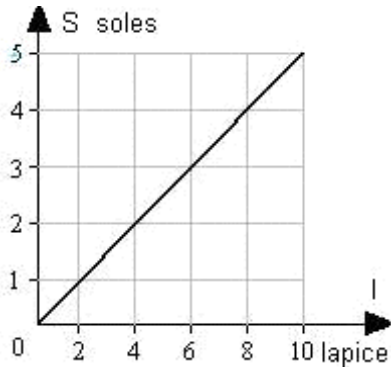
b) Encontrar el costo total si se usaron 200 unidades de electricidad

c) Calcular el número de unidades usadas cuando el costo total fue de $S/54$

La opción B elimina la cantidad fija pero establece el pago de 15 centavos por unidad de electricidad consumida.

d) ¿Cuál es el mayor número de unidades que pueden usarse antes que la opción B se convierta en más costosa que la A?

20.-



Escribe la regla de correspondencia de la siguiente función que muestra la gráfica

