

LOS NÚMEROS DECIMALES

Al dividir el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número decimal.

$$\frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{5}{4} = 1,25; \quad \frac{25}{8} = 3,125$$

C	D	U	d	c	m	dm			

←----- 3 1 2 5 ----->

Parte entera Parte decimal

Tres unidades, ciento veinticinco milésimas.

$3,125 = 3$ unidades, 1 décima, 2 centésimas, 5 milésimas

$3,125 = 3 + 0,1 + 0,02 + 0,005$

1 Escribe el número decimal que corresponda a estas fracciones:

a) $\frac{5}{8} =$ c) $\frac{47}{200} =$ e) $\frac{48}{300} =$ g) $\frac{13}{5} =$ i) $\frac{37}{400} =$ k) $\frac{47}{200} =$
 b) $\frac{76}{10} =$ d) $\frac{7}{4} =$ f) $\frac{19}{500} =$ h) $\frac{1500}{1000} =$ j) $\frac{7}{20} =$ l) $\frac{61}{100} =$

2 Escribe cómo se leen los valores de estas unidades de longitud inglesas:

1 pulgada = 2,54 cm

1 pie = 30,48 cm

1 yarda = 91,4 cm

2,54 cm =

30,48 cm =

91,4 cm =

3 Completa los números que faltan:

- a) 7 unidades = __ décimas = __ centésimas = __ milésimas
 b) __ unidades = __ décimas = 1 300 centésimas = __ milésimas
 c) __ unidades = 450 décimas = __ centésimas = __ milésimas
 d) __ unidades = __ décimas = __ centésimas = 20 000 milésimas

4 Escribe cómo se leen los siguientes números:

- a) 0,064: b) 15,08: c) 20,00075: d) 32,6:

5 Completa como en el ejemplo:

- a) $2,4075 = 2 + 0,4 + 0,007 + 0,0005$
 b) $0,925 =$
 c) $0,038 =$
 d) $40,0036 =$

e) $7,1005 =$

f) $0,4505 =$

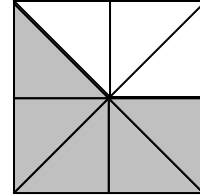
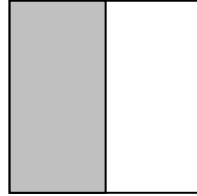
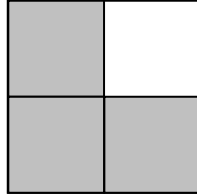
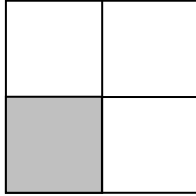
6 Expresa con números decimales:

a) $1/4 =$

b) $3/4 =$

c) $1/2 =$

d) $5/8$



e) Tres unidades y un cuarto:

f) Dos unidades y tres cuartos:

g) Siete y media:

h) Dos y un octavo:

i) Tres cuartos:

7 Completa:

a) 3 unidades = ___ milésimas

b) 7,5 unidades = ___ centésimas

c) 0,2 unidades = ___ diez milésimas

d) 5 centésimas = ___ décimas

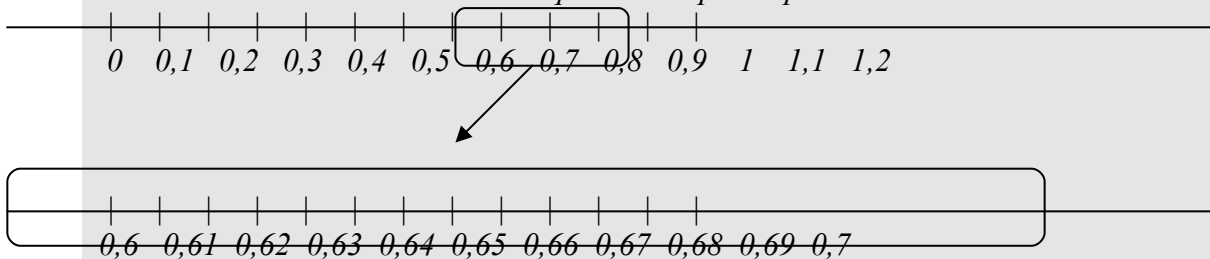
e) 3,2 centésimas = ___ diez milésimas

f) 0,15 centésimas = ___ unidades

Representación de números decimales

Los números decimales se representan ordenados en la recta numérica.

Entre dos números decimales cualesquiera siempre se puede encontrar otro número decimal.



8 Ordena de mayor a menor estos números decimales:

a) 0,025; 0,03; 0,028; 0,017. 0,9; 0,0038

b) 0,72; 0,072; 0,702; 7,002; 0,0702

9 Escribe el signo: $>$, $<$ o $=$ entre cada pareja de números según corresponda:

a) $0,153$ ___ $0,01$

d) $0,05$ ___ $0,048$

g) $0,34$ ___ $0,16$

b) $0,06$ ___ $0,75$

e) $0,8$ ___ $0,750$

h) $0,5$ ___ $0,49$

c) $32,1$ ___ $32,100$

f) $0,68$ ___ $0,7$

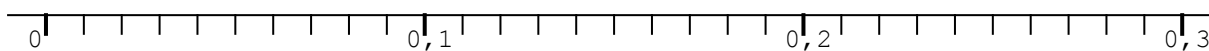
10 Intercala un número decimal entre cada una de las siguientes parejas de números:

- a) $2,1 < \underline{\quad} < 2,2$ e) $0,61 < \underline{\quad} < 0,62$
 b) $0,8 < \underline{\quad} < 0,81$ f) $0,617 < \underline{\quad} < 0,618$
 c) $0,35 < \underline{\quad} < 0,36$ g) $3,90 < \underline{\quad} < 3,91$
 d) $7,20 < \underline{\quad} < 7,25$ h) $10,01 < \underline{\quad} < 10,10$

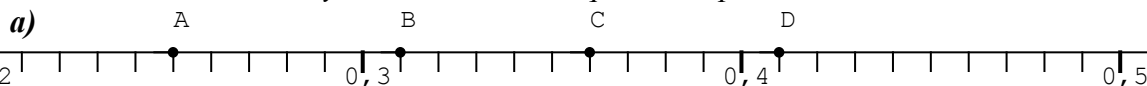
11 Escribe cinco números comprendidos entre 0,45 y 0,46.

12 Representa en la recta los siguientes números:

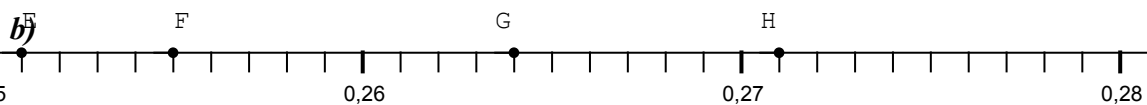
0,03; 0,15; 0,2; 0,26; 0,30



13 Observa las dos rectas y escribe el número que corresponde a cada letra:



A → B → C → D →



E → F → G → H →

14 Redondea

- a) a la décima más cercana: b) a la centésima más cercana:
 0,627: 0,392: 0,627: 0,392
 2,477: 1,0092: 2,477: 1,0092

15 ¿Podrías encontrar los dos números decimales más próximos a cinco? ¿Por qué?

16 Escribe el número entero más próximo a cada uno de estos decimales:

- a) 8,18: c) 3,62: e) 3,14:
 b) 16,87: d) 20,04: f) 2,828:

Suma y resta de números decimales

Para sumar o restar números decimales se procede así:

Primero, se escribe un número debajo de otro de modo que coincidan las unidades del mismo orden y la coma decimal; después, se suman o se restan como si fueran números enteros y en el resultado se pone la coma debajo de las comas de los sumandos.

Ejemplos: $30,9 + 2,61 + 0,075$ $25,4 - 18,36$

<i>D U d c m</i>	<i>D U d c m</i>
30,9	25,40
+ 2,61	- 18,36

$$\begin{array}{r} 0,075 \\ 33,585 \end{array} \quad 7,04$$

17 Realiza estas operaciones:

a) $3,7 + 0,25 + 18 =$ d) $45,8 + 3,002 + 0,9 =$ g) $30,01 - 7,35 =$
 b) $12,403 + 45 + 6,28 =$ e) $72,084 - 36,9 =$ h) $100 - 64,08 =$
 c) $8,29 + 0,44 + 3,14 =$ f) $12,99 - 11,888 =$ i) $74,001 - 68 =$

18 Resuelve las siguientes operaciones y compara los resultados:

a) $7,5 - (0,75 + 2,015) =$ b) $12,038 - 4,6 - 5,32 =$
 $7,5 - 0,75 + 2,015 =$ $12,038 - (4,6 - 5,32) =$
 Los resultados son: Los resultados son:

19 Completa la siguiente tabla:

a	B	c	$a - (b - c)$	$(a - b) - c$	$a + b - c$
7,3	2,15	1,025			
8,5	3,16	0,741			
10,6	4,28	2,086			
12,4	6,19	4,601			
15,2	10,07	3,899			

20 ¿Qué número hay que sumar a 3,017 para obtener cinco unidades?

21 ¿Qué número hay que restar a 0,15 para obtener cinco milésimas?

22 Escribe los números que faltan en estos cuadrados mágicos. En un cuadrado mágico, la suma de los tres números de cada fila, de cada columna y de cada diagonal debe ser la misma.

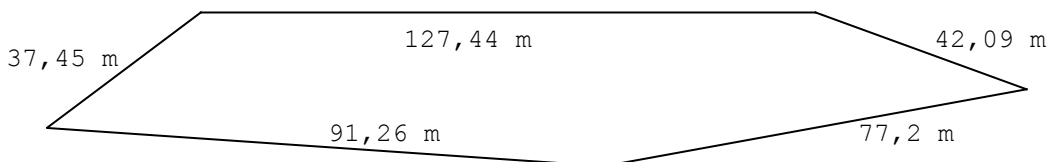
3,2		
	4	
	0,8	4,8

	9,225	
8,2	1,025	6,15

0,15		0,2
0,175		
0,05		

23 De un depósito que contenía 60,2 litros se han sacado primero 19,25 l; después 18,50 l, y más tarde 17,75 l. ¿Cuántos litros quedan en el depósito?

24 ¿Cuántos metros de valla se necesitan para rodear esta parcela?



Multiplicación de números decimales

Para multiplicar números decimales se procede así; primero, se multiplican como si fueran números enteros; después, en el resultado se separan con una coma tantas cifras decimales como tienen los dos factores.

$$\begin{array}{r} 3,74 \\ \times 25,8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2992 \text{ Tres cifras} \\ 1870 \text{ decimales} \\ \hline 748 \\ \hline 95,492 \end{array}$$

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros se desplaza la coma decimal hacia la derecha tantos lugares como ceros acompañen a la unidad.

$$0,64 \cdot 10 = 6,4 \quad 0,64 \cdot 100 = 64 \quad 0,64 \cdot 1\,000 = 640$$

25 Realiza estas operaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 36,04 \cdot 0,32 = & \text{d)} 3,72 \cdot 2,06 = & \text{g)} 4,99 \cdot 0,113 = \\ \text{b)} 0,342 \cdot 0,85 = & \text{e)} 6,75 \cdot 141 = & \text{h)} 5,25 \cdot 0,75 = \\ \text{c)} 0,25 \cdot 0,001 = & \text{f)} 0,0038 \cdot 3,025 = & \text{i)} 0,67 \cdot 0,61 = \end{array}$$

26 Resuelve mentalmente y tacha el resultado correcto de los siguientes productos:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 1,3 \cdot 100 \rightarrow 13 \quad 130 \quad 0,13 & \text{e)} 0,025 \cdot 100 \rightarrow 0,25 \quad 25 \quad 2,5 \\ \text{b)} 0,005 \cdot 10 \rightarrow 50 \quad 0,5 \quad 0,05 & \text{f)} 0,001 \cdot 100 \rightarrow 0,01 \quad 0,1 \quad 1,0 \\ \text{c)} 0,324 \cdot 100 \rightarrow 3,24 \quad 32,4 \quad 324 & \text{g)} 13,14 \cdot 1000 \rightarrow 3140 \quad 314 \quad 31,4 \\ \text{d)} 0,016 \cdot 100 \rightarrow 0,16 \quad 1,6 \quad 16 & \text{h)} 2,05 \cdot 10 \rightarrow 205 \quad 2050 \quad 20,5 \end{array}$$

27 Fíjate en el resultado de cada una de las operaciones resueltas y resuelve mentalmente los siguientes productos:

$$\begin{array}{lll} 24 \cdot 7 = 168 & 36 \cdot 20 = 720 & 0,85 \cdot 700 = 595 \\ \text{a)} 2,4 \cdot 7 = & \text{d)} 0,36 \cdot 20 = & \text{g)} 0,85 \cdot 70 = \\ \text{b)} 0,024 \cdot 7 = & \text{e)} 3,6 \cdot 20 = & \text{h)} 0,85 \cdot 7\,000 = \\ \text{c)} 0,00024 \cdot 7 = & \text{f)} 0,0036 \cdot 20 = & \text{i)} 0,85 \cdot 7 = \end{array}$$

28 Resuelve y compara los resultados de las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (8,3 - 0,75) \cdot 6 = & \text{c)} 10,05 + 6,75 \cdot 8 = \\ \text{b)} 8,3 - (0,75 \cdot 6) = & \text{d)} (10,05 + 6,75) \cdot 8 = \end{array}$$

29 Escribe los números que faltan en los siguientes productos:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 30,15 \cdot \underline{\quad} = 3\,015 & \text{d)} 7,65 \cdot \underline{\quad} = 765 & \text{g)} \underline{\quad} \cdot 1\,000 = 0,12 \\ \text{b)} \underline{\quad} \cdot 2,63 = 2\,630 & \text{e)} \underline{\quad} \cdot 1\,000 = 314 & \text{h)} 0,009 \cdot \underline{\quad} = 0,9 \\ \text{c)} 5,685 \cdot \underline{\quad} = 56,8 & \text{f)} \underline{\quad} \cdot 2,25 = 2\,250 & \text{i)} \underline{\quad} \cdot 3,025 = 302,5 \end{array}$$

30 El diámetro de una moneda es de 24,285 mm. ¿Qué longitud alcanzarán cien monedas, iguales que la anterior, colocadas en línea una a continuación de otra?

31 Un litro de aceite pesa 0,930 kg. Una botella contiene 0,980 l de aceite. ¿Cuál es la masa de aceite que contienen 10 cajas con 24 botellas cada una?

32 Un avión que vuela a una altura de 10 000 pies (1 pie = 0,3048 m) tiene que recorrer una distancia de 6 500 millas (1 milla = 1,609 km).

Calcula:

- La altura en metros a la que vuela el avión.
- La distancia en kilómetros que tiene que recorrer

División de números decimales

Para dividir dos números decimales se procede así: primero, se multiplican el dividendo y el divisor por 10, por 100 o por 1000..., de modo que el divisor se transforme en un número entero; después, se realiza la división.

$$\begin{array}{r}
 7,425 : 0,36 \\
 \cdot 100 \quad \leftarrow \quad \cdot 100 \\
 \hline
 742,5 \quad 36 \\
 0225 \quad 20,625 \\
 0090 \\
 180 \\
 0
 \end{array}$$

Para dividir un número decimal entre la unidad seguida de ceros, se desplaza la coma decimal hacia la izquierda tantos lugares como ceros acompañen a la unidad.

$$27,5 : 10 = 2,75 \quad 27,5 : 100 = 0,275 \quad 27,5 : 1000 = 0,0275$$

33 Resuelve estas operaciones:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 23,754 : 0,37 = & \text{d) } 37,24 : 7,6 = & \text{g) } 0,2208 : 0,0069 = \\
 \text{b) } 3,215144 : 5,42 = & \text{e) } 1,5408 : 42,8 = & \text{h) } 3\,000,5 : 28 = \\
 \text{c) } 27,792 : 0,36 = & \text{f) } 120 : 0,054 = & \text{i) } 23,875 : 57 =
 \end{array}$$

34 Resuelve mentalmente los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 96 : 100 = & \text{d) } 73,45 : 1\,000 = & \text{g) } 55,1 : 100 = \\
 \text{b) } 96 : 1\,000 = & \text{e) } 73,45 : 10 = & \text{h) } 55,1 : 10\,000 = \\
 \text{c) } 96 : 10 = & \text{f) } 73\,45 : 10\,000 = & \text{i) } 55,1 : 1\,000 =
 \end{array}$$

35 Fijate en el resultado de cada una de las operaciones resueltas y resuelve mentalmente los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{lll}
 112 : 4 = 28 & 285 : 6 = 47,5 & 3,6 : 0,9 = 4 \\
 \text{a) } 112 : 40 = & \text{d) } 285 : 60 = & \text{g) } 3,6 : 0,009 = \\
 \text{b) } 112 : 400 = & \text{e) } 285 : 600 = & \text{h) } 3,6 : 9 = \\
 \text{c) } 112 : 4\,000 = & \text{f) } 285 : 6\,000 = & \text{i) } 3,6 : 90 =
 \end{array}$$

36 Resuelve y compara los resultados de las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (3,2 + 8,8) : 4 = & \text{c) } 18,6 - 8,4 : 6 = \\
 \text{b) } 3,2 + 8,8 : 4 = & \text{d) } (18,6 - 8,4) : 6 =
 \end{array}$$

37 Escribe los números que faltan en los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 7\,560 : \underline{\quad} = 75,6 & \text{d) } 350 : \underline{\quad} = 0,35 & \text{g) } \underline{\quad} : 100 = 24 \\
 \text{b) } \underline{\quad} : 100 = 0,48 & \text{e) } \underline{\quad} : 1\,000 = 0,0012 & \text{h) } 7\,500 : \underline{\quad} = 0,75 \\
 \text{c) } 0,5 : \underline{\quad} = 0,0005 & \text{f) } 314 : \underline{\quad} = 31,4 & \text{i) } \underline{\quad} : 10000 = 0,0003
 \end{array}$$

38 Si cincuenta litros de aceite tienen una masa de 49,3 kg, ¿cuál es la masa de un litro de aceite?

39 La escalera de una casa tiene 67,2 m de altura y 280 peldaños iguales. ¿Cuál es la altura en centímetros de cada peldaño?

40 Se han embotellado 12.750 litros de agua en botellas de litro y medio. ¿Cuántas botellas se han llenado?

41 Un paquete de quinientos folios tiene una masa de 2,425 kg. ¿Qué masa en gramos tiene un folio?

42 Un coche consume 8,5 litros de gasolina súper y 0,1 litros de aceite cada cien kilómetros. Si este coche ha recorrido 420 kilómetros, calcula la cantidad de gasolina y de aceite que ha consumido.

Expresiones decimales de una fracción

Decimales exactos:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{5}{4} = 1,25 \quad \frac{25}{10} = 2,5 \quad \frac{7}{8} = 0,875$$

Tienen un número limitado de cifras decimales

Decimales periódicos:

$$\frac{5}{11} = 0,4545\dots = 0,45\overline{0,45} \quad \frac{6}{11} = 1,83333\dots = 1,8\overline{3}$$

Tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente.
Las cifras que se repiten se llaman período, y se representan con un arco.

Son decimales **periódicos puros**: $0,\overline{45}$; $12,\overline{63}$...

Son decimales **periódicos mixtos**: $1,8\overline{3}$; $0,4\overline{6}$...

Decimales ilimitados (no exactos, no periódicos):

$$\frac{7}{11} = 1,5714285\dots \quad \frac{22}{7} = 3,1428571\dots$$

Tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

43 Calcula la expresión decimal de cada fracción y clasifícala:

FRACCIÓN	EXPRESIÓN DECIMAL	EXACTO	PERIÓDICO PURO	PERIÓDICO MIXTO	ILIMITADO
3/5	0,6	SÍ			
8/7					
5/8					
14/9					
41/45					
11/24					
13/6					

22/15

Expresiones fraccionarias de un decimal**Expresión decimal exacta:**

$$0,65 = \frac{65}{100} \quad 2,4 = \frac{24}{10} \quad 0,036 = \frac{36}{1000}$$

El numerador es la parte decimal y el denominador es la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal.

Expresión decimal periódica pura:

$$0,\overset{\cdot}{3} = \frac{3}{9} \quad 0,\overline{45} = \frac{45}{99} \quad 3,\overline{51} = 3 + \frac{51}{99}$$

El numerador es la parte decimal y el denominador está formado por tantos nueves como cifras tenga la parte decimal periódica.

Expresión decimal periódica mixta:

$$0,8\overset{\cdot}{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} \quad 0,\overline{628} = \frac{628-6}{990} = \frac{622}{990}$$

El numerador está formado por la parte no periódica y el período menos el número formado por la parte no periódica.

El denominador está formado por tantos nueves como cifras tenga el período seguido de tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.

44 Escribe la fracción correspondiente a cada una de estas expresiones decimales:

a) $0,24 = \frac{24}{100}$

i) $0,\overline{24} = \frac{24}{99}$

p) $0,\overline{721} = \frac{721-7}{990} = \frac{714}{990}$

b) $0,016 =$

j) $0,\overset{\cdot}{3} =$

q) $0,\overline{236} =$

c) $3,5 =$

k) $0,\overset{\cdot}{6} =$

r) $0,25\overset{\cdot}{3} =$

d) $0,035 =$

l) $0,\overline{21} =$

s) $0,\overline{034} =$

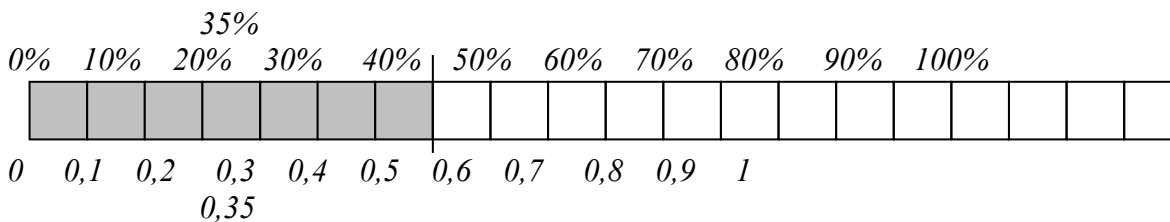
e) $0,001 =$

m) $0,\overline{45} =$

t) $0,51\overset{\cdot}{6} =$

$$\begin{array}{lll} \text{f) } 5,2 = & \text{n) } 5,\overset{!}{9} = & \text{u) } 0,5\overline{16} = \\ \text{g) } 10,01 = & \text{ñ) } 8,\overline{42} = & \text{v) } 1,7\overset{!}{3} = \\ \text{h) } 12,012 = & \text{o) } 0,\overline{314} = & \text{w) } 3,0\overline{59} = \end{array}$$

Los porcentajes y los números decimales



$$\begin{array}{ccc} \text{PORCENTAJE} & \text{FRACCIÓN} & \text{NÚMERO DECIMAL} \\ 35\% & = \frac{35}{100} & = 0,35 \end{array}$$

Para calcular el porcentaje de una cantidad se multiplica la cantidad por el número decimal equivalente de porcentaje.

45 Completa la siguiente tabla:

PORCENTAJE	15%				45%		85%
FRACCIÓN			$\frac{18}{100}$			$\frac{10}{100}$	
NÚMERO DECIMAL		0,2		0,3			

46 Calcula:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 35\% \text{ de } 4\,000 \text{ PTA} = 0,35 \cdot 4\,000 = & \text{d) } 85\% \text{ de } 37\,500 \text{ PTA} = \\ \text{b) } 16\% \text{ de } 7\,250 \text{ PTA} = & \text{e) } 3\% \text{ de } 2\,500\,000 \text{ PTA} = \\ \text{c) } 15\% \text{ de } 5\,500 \text{ PTA} = & \text{f) } 20\% \text{ de } 32\,550 \text{ PTA} = \end{array}$$

47 Completa la tabla:

	250	740	510	480	360	960	1200
40% de							
25% de							

15% de							
20% de							
100% de							

48 ¿Qué porcentaje expresa cada una de estas fracciones?

a) $\frac{1}{2} =$

c) $\frac{1}{4} =$

e) $\frac{1}{5} =$

g) $\frac{1}{10} =$

b) $\frac{1}{50} =$

d) $\frac{3}{4} =$

f) $\frac{4}{5} =$

h) $\frac{7}{10} =$

49 Un kilogramo de guisantes contiene: 10 g de grasa; 630 g de hidratos de carbono; 20 g de sales minerales; 200 g de proteínas y el resto agua. Calcula los tantos por ciento de cada sustancia que contiene.

50 Aproximadamente, el 80% del peso de una persona es agua. Calcula cuántos kilogramos de agua contiene el cuerpo de una persona que pesa 76 kg.

51 Completa las tablas:

Precio	Descuento	Nuevo precio
a) 2700	15%	
b) 30000	35%	
c) 105200	30%	
d) 9880	25%	
e) 160000	40%	

Precio	Incremento	Nuevo precio
f) 2250	5%	
g) 7260	3%	
h) 4240	8%	
i) 96100	10%	
j) 6200	7%	

52 Por artículo de 1 180 pesetas nos han cobrado 1 357 pesetas. ¿Qué porcentaje de IVA han aplicado?

53 En el registro municipal hay 12400 electores inscritos. En las elecciones municipales han votado el 85% de los electores. La señora García ha obtenido el 55% de los votos. ¿Cuántas personas han votado por ella?

Potencias de exponente natural

Una potencia es un producto de factores iguales:

$$8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$$

\swarrow exponente
 \searrow base

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

Casos particulares: $7^0 = 1$

$$(-5)^0 = 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

$$7^1 = 7$$

$$(-5)^1 = -5$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{3}{5}$$

54 Expresa estas potencias como producto de factores iguales y calcula su valor

a) $5^4 =$

d) $(-5)^2 =$

b) $6^3 =$

e) $(-5)^3 =$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

f) $\left(\frac{1}{10}\right)^5 =$

55 Escribe la potencia que corresponda a cada producto de factores:

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} =$

d) $\frac{2}{25} \cdot \frac{2}{25} \cdot \frac{2}{25} =$

b) $(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) =$

e) $30 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 30 =$

c) $15 \cdot 15 =$

f) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

56 ¿Cuál de estas expresiones es la correcta?

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

$$c) \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4}$$

Explica el por qué de la opción escogida:

Propiedades de las operaciones con potencias

- Producto de potencias de la misma base: $5^4 \cdot 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$
- Cociente de dos potencias de la misma base: $5^6 : 5^2 = 5^{6-2} = 5^4$
- Producto de potencias con el mismo exponente: $3^4 \cdot 2^4 = (3 \cdot 2)^4$
- Cociente de dos potencias con el mismo exponente: $3^4 : 2^4 = (3 : 2)^4$
- Potencia de una potencia: $(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$

57 Calcula:

$$a) 7^2 \cdot 7^3 \cdot 7 =$$

$$f) 5^2 \cdot 8^2 =$$

$$b) (-4)^2 \cdot (-4)^4 =$$

$$g) \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$$

$$c) \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$$

$$h) (-2)^7 \cdot (-5)^3 =$$

$$d) 5^6 : 5^2 =$$

$$i) (3^2)^5 =$$

$$e) \left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$j) [(-5)^2]^4 =$$

58 Halla el valor de las siguientes operaciones con potencias:

$$a) 3^2 \cdot 5^2 =$$

$$i) (-5)^3 \cdot (-5)^2 \cdot (-5) =$$

$$b) (-5)^4 \cdot 3^4 =$$

$$j) (-8)^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3 =$$

$$c) 15^4 : 5^4 =$$

$$k) (8^4 : 8^3) \cdot (-5)^2 =$$

$$d) (2^5 \cdot 3^5) : 6^4 =$$

$$l) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$e) (5^4 \cdot 5^2 \cdot 5^3) : 5^8 =$$

$$ll) \left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 =$$

$$f) (8^3 : 8) \cdot 9^2 =$$

$$m) (7^2)^4 =$$

$$g) (6^5 : 6^2) \cdot 5^3 =$$

$$n) [(-4)^2]^5 =$$

$$h) 5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 =$$

$$\tilde{n}) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^5 =$$

59 Completa la tabla:

Base	Exponente					
	0	1	2	3	4	5
2						
3						
(-2)						
(-3)						
(2/3)						

60 Halla el valor de estas potencias:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } (-1)^3 = & \text{h) } 5^2 = & \text{n) } 8^0 = \\
 \text{b) } 3^6 = & \text{i) } (-3)^4 = & \text{ñ) } (-2)^4 = \\
 \text{c) } (-25)^0 = & \text{j) } 18^0 = & \text{o) } (-1)^0 = \\
 \text{d) } 0,1^3 = & \text{k) } 1,2^2 = & \text{p) } 0,01^2 = \\
 \text{e) } 0,4^5 = & \text{l) } 0,3^2 = & \text{q) } 2,5^2 = \\
 \text{f) } (3/5)^4 = & \text{ll) } (1/2)^6 = & \text{r) } (1/5)^3 = \\
 \text{g) } (7/8)^2 = & \text{m) } (1/3)^3 = & \text{s) } (1/3)^4 =
 \end{array}$$

61 Calcula el valor de las siguientes potencias:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } (3 + 5)^2 = & \text{f) } 5(3 + 4)^2 = & \\
 \text{b) } 8^2 + 15 = & \text{g) } (7^2 \cdot 7^4) : 7^5 = & \\
 \text{c) } (2 + 3^2)^2 - 5^1 = & \text{h) } (-3)^4 \cdot (-3)^2 = & \\
 \text{d) } 4^1 + 4^2 = & \text{i) } (-4)^5 \cdot (-4)^3 = & \\
 \text{e) } \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)^2 = & \text{j) } (3^2)^5 = & \text{k) } \left[\left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^2 =
 \end{array}$$

62 Completa la siguiente tabla:

a	b	$a^2 + b^2$	$a + b^2$	$a^2 \cdot b^2$	$(a:b)^2$
3	2				
-2	5				
4	-3				
-2	-1				

63 Fíjate en el ejemplo y resuelve de forma desarrollada las siguientes potencias:

$$\text{a) } (-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) =$$

$$\text{b) } (-3)^2 \cdot (-3)^4 =$$

$$\text{c) } \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) =$$

$$\text{d) } \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$e) (-5)^6 : (-5)^2 =$$

$$f) [(-2)^4]^3 =$$

$$g) \left[\left(\frac{2}{5} \right)^3 \right]^4 =$$

64 ¿Qué números hay que escribir en los lugares vacíos para que sean ciertas las igualdades?

$$a) (-3)^5 \cdot (-3)^{\square} = (-3)^7$$

$$c) [(-2)^3]^{\square} = (-2)^{15}$$

$$b) \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^{\square}$$

$$d) \left(-\frac{2}{3} \right)^{\square} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^4 = \left(-\frac{2}{3} \right)^7$$

Potencias de exponente entero

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \quad 5^0 = 1$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5^3} \quad 5^1 = 5$$

Los exponentes son números positivos o negativos

65 Calcula como en el ejemplo las siguientes potencias:

$$a) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$c) 2^{-5} =$$

$$e) (-3)^{-2} =$$

$$b) 4^3 =$$

$$d) 6^{-2} =$$

$$f) (-5)^{-3} =$$

66 Calcula el valor de estas expresiones:

$$a) 3^{-4} \cdot 3^{-2} = 3^{-6} =$$

$$d) (-2)^{-3} \cdot (-2)^{-2} =$$

$$g) [(-2)^{-3}]^{-2} =$$

$$b) 5^{-2} \cdot 5^0 =$$

$$e) 5^{-4} : 5^{-2} =$$

$$h) [(-5)^3]^{-2} =$$

$$c) 3^{-5} \cdot 3^2 =$$

$$f) 4^2 : 4^{-5} =$$

$$i) 5^2 + 3^{-2} =$$

Potencias de base 10. Notación científica

Las potencias de base 10 se utilizan para escribir de forma simplificada números muy grandes o muy pequeños en notación científica.

Ejemplo:

$$9,8 \cdot 10^9 = 9,8 \cdot 1\,000\,000\,000 = 9\,800\,000\,000$$

$$2,5 \cdot 10^{-6} = \frac{2,5}{10^6} = \frac{2,5}{1000000} = 0,0000025$$

67 Expresa en notación científica estos números:

- a) Trece mil millones de años:
 b) Doscientos mil millones de estrellas:
 c) 3 750 000 000 =
 d) 840 000 000 =
 e) 0,00000016 =

68 Escribe en notación decimal:

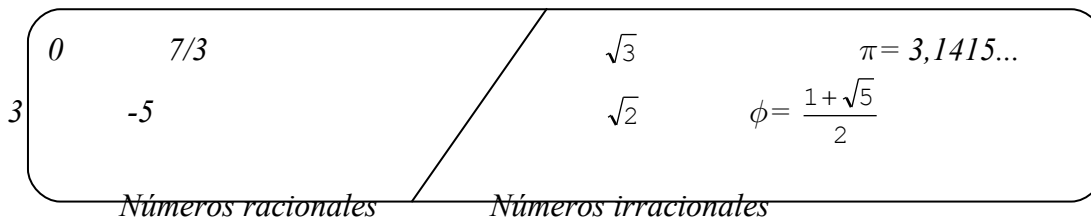
- a) $3,25 \cdot 10^8 =$ c) $3,105 \cdot 10^{-12} =$
 b) $7,4 \cdot 10^{11} =$ d) $2,3147 \cdot 10^{-15} =$

69 Calcula:

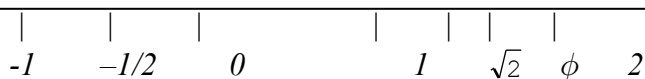
- a) $10^{-3} \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 =$ d) $1,25 \cdot 10^{-10} \cdot 8,5 \cdot 10^{-7} = 1,25 \cdot 8,5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-7} =$
 b) $10^9 : 10^{-5} =$ e) $2,4 \cdot 10^6 \cdot 5,2 \cdot 10^{-15} =$
 c) $[(-10)^{-5}]^{-2} =$

Los números reales. Representación

El conjunto de los números reales es el formado por los números racionales y los números irracionales y se define por \mathbb{R} .



Recta real:



A cada punto de la recta le corresponde un número real, y viceversa, a cada número real le corresponde un punto en la recta.

70 Clasifica estos números reales en racionales e irracionales:

$$\sqrt{2}; -3; 0,5; \sqrt{5}; \phi; 2/3; 12; 3/4; 2\sqrt{3}; \pi$$

a) Números racionales:

b) Números irracionales:

71 Escribe las aproximaciones decimales de estos números irracionales

a) $\sqrt{2} = 1,4142\dots$

d) $\sqrt{10} =$

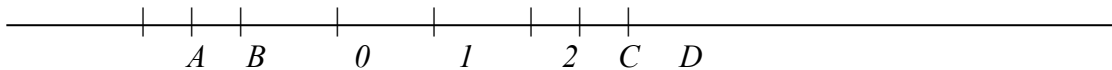
b) $\sqrt{3} =$

e) $\pi =$

c) $\sqrt{5} =$

f) $\phi =$

72 Representa en esta recta los siguientes números reales: $-\sqrt{2}$; $1/2$; π ; $-7/4$



¿Qué números representan las letras A, B, C y D?

La radicación

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ porque } 2^3 = 8$$

La radicación es la operación inversa de la potenciación.

$$\begin{array}{c} \text{Índice} \\ \sqrt[3]{8} = 2 \\ \quad \quad \quad \diagdown \\ \quad \quad \quad \text{Raíz} \end{array}$$

Radizando Raíz

La raíz de índice par de un número positivo tiene dos soluciones: una positiva y otra negativa.

$$\begin{array}{l} \sqrt{25} = \pm 5 \quad (-5)^2 = 25 \\ \quad \quad \quad (+5)^2 = 25 \end{array}$$

73 Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[3]{27} = 3$; $3^3 = 27$

c) $\sqrt{625} =$

e) $\sqrt[3]{-8} =$

g) $\sqrt[3]{-27} =$

b) $\sqrt{81} = 9$; $(+9)^2 =$
 $(-9)^2 =$

d) $\sqrt[3]{-1000} =$

f) $\sqrt[4]{16} =$

h) $\sqrt[5]{243} =$

74 Expresa en forma de raíz:

a) $2^3 = 8 \rightarrow \sqrt[3]{8}$

c) $(-7)^2 = 49$

e) $(-10)^4 =$

g) $10^6 =$

b) $(-5)^3 = -125$

d) $6^3 =$

f) $10^3 =$

h) $(-10)^2 =$

75 Tacha las igualdades que no sean ciertas:

a) $\sqrt[3]{-27} = -3$

d) $\sqrt{-16} = -4$

g) $\sqrt{25} = -5$

b) $\sqrt{-9} = 3$

e) $\sqrt[4]{16} = 2$

h) $\sqrt[3]{-125} = -5$

c) $\sqrt[3]{1000} = -10$

f) $\sqrt[3]{-216} = 2$

i) $\sqrt[6]{1000000} = 10$

76 Calcula mentalmente la raíz cuadrada positiva de:

a) $\sqrt{1} =$ c) $\sqrt{16} =$ e) $\sqrt{25} =$ g) $\sqrt{100} =$ i) $\sqrt{64} =$
 b) $\sqrt{4} =$ d) $\sqrt{49} =$ f) $\sqrt{81} =$ h) $\sqrt{121} =$

77 ¿Entre qué dos números enteros se encuentra la raíz cuadrada positiva de estos números? Fijate en el ejemplo:

a) $13 \rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4$ d) $21 \rightarrow \sqrt{21} <$ g) $30 \rightarrow \sqrt{30} <$
 b) $8 \rightarrow \sqrt{8} <$ e) $14 \rightarrow \sqrt{14} <$ h) $42 \rightarrow \sqrt{42} <$
 c) $10 \rightarrow \sqrt{10} <$ f) $18 \rightarrow \sqrt{18} <$

78 Calcula mentalmente la raíz cúbica de:

a) $\sqrt[3]{-8} =$ c) $\sqrt[3]{27} =$ e) $\sqrt[3]{125} =$ g) $\sqrt[3]{-64} =$ i) $\sqrt[3]{0,001} =$
 b) $\sqrt[3]{8} =$ d) $\sqrt[3]{-81000} =$ f) $\sqrt[3]{0,027} =$ h) $\sqrt[3]{216} =$

79 Entre qué dos números enteros se encuentra la raíz cúbica de estos números:

a) $200 \rightarrow 5 < \sqrt[3]{200} < 6$ c) $-25 \rightarrow \sqrt[3]{-25} <$ e) $500 \rightarrow \sqrt[3]{500} <$
 b) $110 \rightarrow \sqrt[3]{110} <$ d) $75 \rightarrow \sqrt[3]{75} <$ f) $-900 \rightarrow \sqrt[3]{-900} <$

80 De la siguiente lista, tacha los números que no tienen raíz cuadrada entera.

16, 20, 25, 30, 36, 40, 45, 49, 50, 60, 70, 81, 90, 100, 110, 121, 130, 144, 160, 169, 196

Radicales equivalentes

$$\sqrt[2]{5^1} = \sqrt[2 \cdot 3]{5^{1 \cdot 3}} = \sqrt[6]{5^3} \qquad \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6 \cdot 2]{2^{4 \cdot 2}} = \sqrt[3]{2^2}$$

Si se multiplica o se divide por un mismo número el índice de un radical y el exponente del radicando se obtiene otro radical equivalente.

81 Simplifica los radicales:

a) $\sqrt[6]{2^3} = 2^2 = 4$ d) $\sqrt[12]{2^6} =$
 b) $\sqrt[12]{8^4} =$ e) $\sqrt[15]{3^{10}} =$
 c) $\sqrt[18]{5^{12}} =$ f) $\sqrt[10]{2^{15}} =$

82 Descompón el radicando en factores y simplifica.

a) $\sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} =$ d) $\sqrt[8]{729} =$
 b) $\sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} =$ e) $\sqrt[4]{6561} =$
 c) $\sqrt[12]{256} = \sqrt{2^8} =$ f) $\sqrt{3125} =$

83 Reduce a común índice los siguientes radicales y ordénalos.

a) $\sqrt[3]{2^4}$, $\sqrt{2^3}$, $\sqrt[6]{2^5}$ $\sqrt[6]{2^8}$, $\sqrt[6]{2^9}$, $\sqrt[6]{2^5}$
 m.c.m. (3, 2, 6) = 6 Ordenados: $\sqrt[6]{2^5} < \sqrt[6]{2^8} < \sqrt[6]{2^9} \rightarrow \sqrt[6]{2^5} < \sqrt[3]{2^4} < \sqrt{2^3}$

b) $\sqrt[5]{3^4}$, $\sqrt[3]{3^2}$, $\sqrt[15]{3^{10}}$
 m.c.m (5, 3, 15) = 15

c) $\sqrt[5]{3}, \sqrt[5]{2}, \sqrt[3]{5}$
 $m.c.m(5, 3) = 15$

Potencias de exponente fraccionario

Una potencia de exponente fraccionario es igual a un radical:

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2}$$

84 Calcula:

a) $27^{1/3} = \sqrt[3]{27} = 3$

d) $16^{3/2} =$

g) $100^{3/2} =$

b) $8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = 2^2 =$

e) $125^{2/3} =$

h) $625^{3/4} =$

c) $25^{1/2} = \sqrt{25} =$

f) $49^{1/2} =$

i) $64^{5/6} =$

85 Expresa en forma de potencia las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{5^2} = 5^{2/3}$

c) $\sqrt[4]{3^3} =$

e) $\sqrt{1000} =$

g) $\sqrt[5]{10^3} =$

b) $\sqrt{10^3} =$

d) $\sqrt[5]{4} =$

f) $\sqrt[3]{18^5} =$

h) $\sqrt[4]{8^2} =$

Propiedades de las operaciones con radicales

- Producto de radicales del mismo índice: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 2} = \sqrt{30}$

- Cociente de dos radicales del mismo índice: $\sqrt[3]{250} : \sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{250 : 50} = \sqrt[3]{5}$

- Potencia de una raíz: $(\sqrt[3]{7})^2 = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$

- Raíz de una raíz: $\sqrt[3]{\sqrt{15}} = \sqrt[3 \cdot 2]{15} = \sqrt[6]{15}$

86 Calcula los siguientes productos de raíces:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

c) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{40} =$

e) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{12} =$

b) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} =$

d) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} =$

f) $\sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2} =$

87 Introduce en la raíz los factores:

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$

c) $4\sqrt{5} =$

e) $2\sqrt{2} =$

g) $10\sqrt{5} =$

b) $5\sqrt{3} =$

d) $2\sqrt{5} =$

f) $5\sqrt{6} =$

h) $3\sqrt[3]{10} =$

88 Sacar fuera de la raíz los factores posibles:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{75} =$

e) $\sqrt{20} =$

g) $\sqrt{45} =$

b) $\sqrt{200} =$

d) $\sqrt[3]{40} =$

f) $\sqrt{63} =$

h) $\sqrt{80} =$

89 Calcula los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt{50} : \sqrt{2} = & \text{c)} \sqrt{300} : \sqrt{3} = & \text{e)} \sqrt[3]{40} : \sqrt[3]{5} = \\ \text{b)} \sqrt{90} : \sqrt{2} = & \text{d)} \sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3} = & \text{f)} \sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{42} = \end{array}$$

90 Realiza estas operaciones simplificando los resultados:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt[3]{8\sqrt{2}} = \sqrt[3]{8}\sqrt[3]{\sqrt{2}} = 2\sqrt[3]{2} & \text{c)} \sqrt[3]{\sqrt{64}} = & \text{e)} \sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}} = \\ \text{b)} \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = & \text{d)} \sqrt{\sqrt{625}} = & \text{f)} \sqrt{16\sqrt{64}} = \end{array}$$

91 Simplifica los siguientes radicales extrayendo de ellos todos los factores posibles:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3 \sqrt{3} = 6\sqrt{3} & \text{d)} \sqrt{140} = \\ \text{b)} \sqrt{72} = & \text{e)} \sqrt[3]{128} = \\ \text{c)} \sqrt{400} = & \end{array}$$

92 Calcula el valor de estas expresiones:

$$\text{a)} \sqrt{3 \cdot 5^3} : \sqrt{27} = \quad \text{b)} \sqrt{18} : \sqrt{2} = \quad \text{c)} \sqrt{5^7} : \sqrt{5 \cdot 3^4} =$$

93 Halla las potencias de estas raíces:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (3\sqrt[4]{2})^2 = 9\sqrt[4]{2^2} = 9\sqrt{2} & \text{c)} (\sqrt[3]{5 \cdot 3^2})^2 = \\ \text{b)} (5 \cdot \sqrt{2})^3 = & \text{d)} (2\sqrt{28 \cdot 5})^3 = \end{array}$$

Sumas y restas de radicales

Para que varios radicales se puedan sumar o restar, deben tener el mismo **índice** y el mismo **radicando**.

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3 + 5 - 2)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

94 Realiza estas operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = & \text{c)} 10\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2} = \\ \text{b)} 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = & \text{d)} 12\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{10} - 10\sqrt[3]{10} = \end{array}$$

95 Resuelve estas expresiones extrayendo los factores posibles de tal forma que los radicales tengan el mismo índice y el mismo radicando.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{8} + \sqrt{50} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (2 + 5 - 3)\sqrt{2} = 4\sqrt{2} & \\ \text{b)} \sqrt{32} - \sqrt{8} = & \text{c)} \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{2} = \\ \text{d)} \sqrt{75} - \sqrt{3} + \sqrt{12} = & \text{e)} 5\sqrt{5} - \sqrt{80} + \sqrt{20} = \end{array}$$

96 Halla el valor de estas expresiones:

$$\text{a)} \sqrt{\frac{3}{25}} - \sqrt{12} = \quad \text{b)} (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \quad \text{c)} \sqrt{\frac{5}{16}} + \sqrt{\frac{45}{36}} - \sqrt{\frac{20}{4}} =$$

Racionalización de denominadores

En muchas ocasiones conviene transformar una fracción con radicales en el denominador en otra equivalente cuyo denominador no los contenga.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

97 Racionaliza:

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}} = \quad b) \frac{5}{2\sqrt{3}} = \quad c) \frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \quad d) \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}} =$$

98 Resuelve como en el ejemplo:

$$a) \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{3}$$

$$b) \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \quad c) \frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} =$$

99 Realiza estas operaciones:

$$a) \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{3}{8}} = \quad b) \sqrt{\frac{25}{12}} - \sqrt{\frac{225}{300}} =$$