

TEMA: MULTIPLOS- DIVISORES – CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

PRIMOS- COMPUESTO

Los múltiplos de un número natural son los números naturales que resultan de multiplicar ese número por otros números naturales.

Decimos que un número es múltiplo de otro si le contiene un número entero de veces.

Los divisores de un número natural son los números naturales que le pueden dividir, resultando de cociente otro número natural y de resto 0.

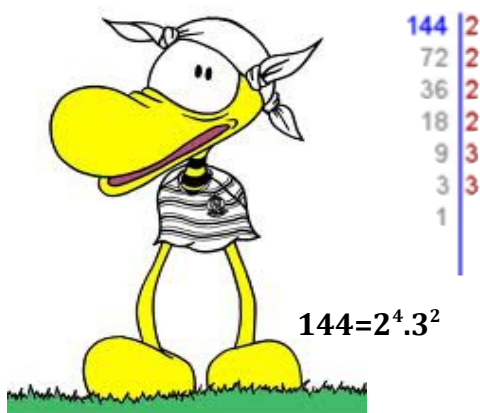
Número primo es el número natural que solamente tiene de divisores a él mismo y al número 1

Numero compuesto es el número natural que se le puede obtener como producto de números primos.

Descomponer un número en factores es ponerlo como producto de factores primos.-

Para descomponer en factores un número lo dividimos por el primer número primo que podamos.

- El cociente que haya resultado lo colocamos bajo el número.
- Si podemos seguimos dividiendo sucesivamente ese cociente por el mismo número primo.
- Cuando no podamos hacer la división por ese número primo lo hacemos por el siguiente primo que se pueda.
- Así sucesivamente hasta que el cociente final sea 1.
- Finalmente ponemos ese número como un producto de potencias de factores primos.



El **mínimo común múltiplo** de varios números es el número más pequeño que es múltiplo de todos esos números, sin considerar el 0.

Obtención del mínimo común múltiplo

Para obtener el m.c.m. de dos o más números en primer lugar los descomponemos en factores primos, después hacemos el producto de los factores comunes y no comunes elevados a su mayor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 54 = 3^3 \cdot 2$$
$$\text{m.c.m.}(54,60) = 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 540$$

EL máximo común divisor de varios números es el número más grande que es divisor de todos esos números.

Obtención del máximo común divisor

Para obtener el máximo común divisor de varios números los descomponemos en factores primos, y multiplicamos solamente los factores comunes elevados al exponente menor.

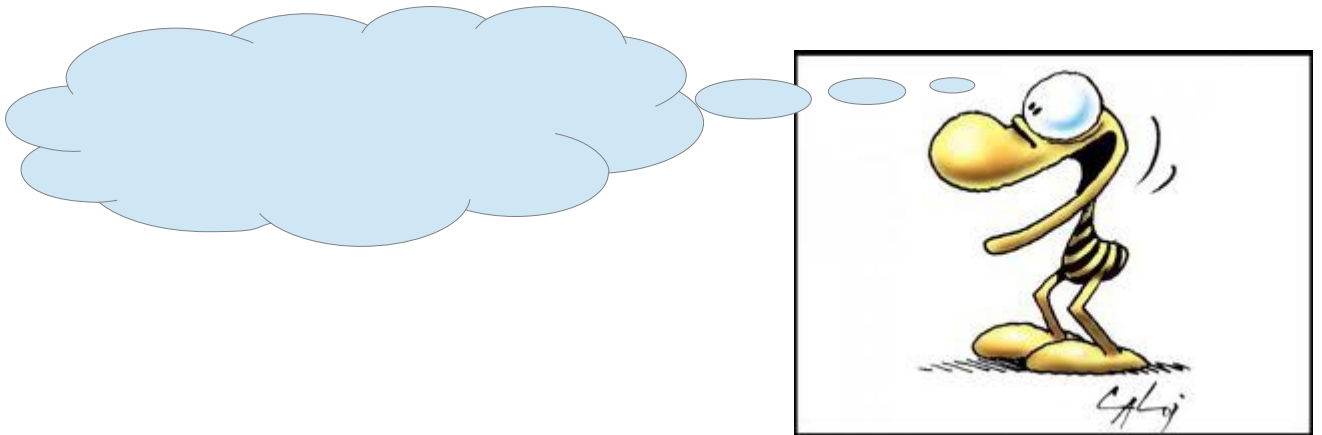
Continuando con el ejemplo anterior

Crterios de divisibilidad

Para saber si un número es divisible por algún otro número utilizamos los llamados criterios de divisibilidad. Son estos:

- ***Divisibilidad por 2:*** un número es divisible por dos si termina en cero o en cifra par.
- ***Divisibilidad por 3:*** un número es divisible por tres, si la suma de sus cifras es múltiplo de tres.
- ***Divisibilidad por 4:*** las dos últimas cifras tienen que ser dos ceros o un número múltiplo de 4.
- ***Divisibilidad por 5:*** un número es divisible por cinco cuando acaba en cero o en cinco.
- ***Divisibilidad por 6:*** tiene que ser divisible por 2 y por 3.
- ***Divisibilidad por 9:*** un número es divisible por nueve cuando la suma de sus cifras es múltiplo de nueve.
- ***Divisibilidad por 10:*** tiene que terminar en cero. de manera similar; si termina en 00 es divisible por 100; si termina en 000 es divisible por 1000.

Divisibilidad por 11: un número es divisible por once cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupa la posición par y la suma de las cifras que ocupan la posición impar son múltiplo de once.



Nombre y Apellido:

Tema: múltiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos

Trabajo Práctico N°1

1) Descomponer en factores primos los números siguientes:

- | | | |
|--------|-----------|------------|
| 1. 48 | 7. 405 | 13. 1260 . |
| 2. 120 | 8. 420 | 14. 1430 . |
| 3. 196 | 9. 840 | 15. 2000 . |
| 4. 240 | 10. 210 | 16. 2835 |
| 5. 225 | 11. 144 . | 17. 2400 |
| 6. 360 | 12. 720 | 18. 5000 |

2) Obtener 5 múltiplos cualesquiera de los números siguientes:

- | | | |
|--------|-------|--------|
| a) 4 . | d) 10 | g) 100 |
| b) 6 . | e) 12 | h) 125 |
| c) 8 . | f) 25 | i) 240 |

3) Completa los huecos con la palabra múltiplo o divisor:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| a) 25 es de 5 | b) 60 es de 120 | c) 16 es de 8 |
| d) 11 es de 33 | e) 100 es de 25 | f) 7 es de 63 |
| g) 333 es de 4 | h) 343 es de 7 | i) 35 es de 70 |

4) Contesta en el cuaderno:

- a) ¿Es 50 múltiplo de 6?
- b) ¿ es divisor de 240?
- c) ¿El número 17 es divisible por 3? ¿y por 2?
- d) escribe dos divisores de 12



5) Escribe seis múltiplos de cada uno de estos números: 8, 7, 4 y 15.

6) Escribe todos los divisores de los números:

- a) 45 b) 36

7) Dados los números 121, 7392, 6061, 4320, 1915, 3276, 428, 505, 400, 936 indica, empleando los criterios de divisibilidad:

- a) cuáles son divisibles por 2
- b) cuáles son divisibles por 3
- c) cuáles son divisibles por 5
- d) cuáles son divisibles por 4

8) ¿Cuál es el valor que debe tener la letra a para que los números siguientes sean divisibles por 3?

- a) 2 a 46
- b) 301 a
- c) 413 a
- d) a 314
- e)

9) Contesta, sin realizar la división, si los números 102, 210, 387, 225, 360, 121 y 3.600 son múltiplos de 2, 3, 4 y 5.

Nombre y Apellido:

Tema: *multiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos*

Trabajo Práctico N°2

1- *Calcular el mcd y el mcm de 60 y 108.*

2- *Calcula :*

m.c.d (56, 84)

m.c.d. (24, 56, 110)

m.c.m (56, 84)

m.c.m (24, 56, 110)

2- *Hallar el m.c.d. y el m.c.m. de:*

a) 870 y 261

b) 930 y 1240

c) 340, 560 y 720

d) 105, 140, y 700

3- *Tenemos dos cuerdas, una de 12 metros y otra de 8 metros ¿Cómo las dividiremos de modo que los trozos se una sean de igual longitud que los de la otra y lo más largos posibles?*

4- *Un padre y dos hijos tiene ocupaciones tales que el primero no puede estar en casa más que cada 15 días, uno de los hijos cada 10 días, y el otro, cada 12. El día de Navidad están juntos los tres. Indíquese la primera fecha en que vuelvan a coincidir los tres en casa*

5- *Para medir exactamente el contenido de 3 recipientes de 30, 45 y 105 l de capacidad con un recipiente del mayor tamaño posible¿ Qué capacidad deberá tener la vasija que emplearemos?*

6- *Tres aviones salen de un mismo aeropuerto, uno cada 7 días, otro cada 12 y el tercero cada 18. Si hoy salen los tres juntos,¿ Cuándo a hacerlo de nuevo por primera vez?*

7- *Calcular los divisores de 60.*

8- *¿Es primo el número 89?*

9- *Calcular todos los divisores de 20, 27, 85, 100*

10- *Factoriza los siguientes números:98, 105, 136, 346, 940*

11- *Sustituye “ b ” por un dígito de forma que el número 66b sea divisible:*

a) *Por 2 y por 5*

b) *Por 3 pero no por 5*

c) *Por 5 pero no por 3*

d) *Por 2 por 11 y por 5*

12- *Contesta a las siguientes preguntas, razonando las respuestas :*

a) *¿Cuántos divisores tiene un número primo ?*

b) *¿Cuántos divisores tiene el número 0 ?*

c) *¿Es el número 0 divisor de algún número ?*

d) *Si un número tiene dos divisores distintos, ¿cómo es el número ?*

13- *¿Será primo un número que no es divisible por 2, ni por 3, ni por 5, ni por 7, y que tenga dos cifras? Razona la respuesta*



Nombre y Apellido:

Tema: *multiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos*

Trabajo Práctico N°3

1- Al dividir un número n por 7 da de resto 3. Piensa y contesta:

- a) ¿Es múltiplo de 7?
- b) ¿Cuánto debemos restar a n para obtener un múltiplo de 7?
- c) ¿Cuánto se debe sumar a n , como mínimo para obtener un múltiplo de 7?

2- Averigua todos los divisores de 60 y de 72

3- Resuelve los siguientes apartados :

- a) $m.c.d$ (90, 1540)
- b) $m.c.m$ (12, 42, 90)
- c) Descompón en factores primos el número 1260.



4- Los periodistas asistentes a una rueda de prensa son más de 100 y menos de 120. Su número es tal, que si se agrupan de 5 en 5 sobran 2 ; si se agrupan de 2 en 2 sobra 1 y si lo hacen de 3 en 3 no sobran ninguno. ¿Cuál es el número de periodistas ?

5- Se tienen dos cubas de vino, una de 420 litros y otra de 225 litros. Queremos envasar el vino en el mínimo número de botellas iguales. ¿Qué capacidad tendrá cada botella?

6- Tres amigos recorren un circuito en bicicleta. El primero tarda 3 minutos, el segundo tarda 1 minuto más que el primero y el tercero 2 minutos más que el segundo. ¿ cuándo coincidirán de nuevo los tres en la línea de salida ?

7- Las luces del primer semáforo de una calle de Badajoz cambian de rojo a verde cada 40 seg, y las del segundo semáforo de esa misma calle cada 60 seg. A las 9 de la mañana los dos semáforos estaban en verde. ¿Cuántas veces y a que hora coincidirán los dos semáforos hasta la mediodía ?

8- Hay que llevar 10 perros y 18 gatos de un sitio a otro. ¿Cuántas jaulas se necesitarán de tal forma que en cada una haya el mismo número de animales ?

9- El autobús de la línea A pasa por la primera parada cada 10 minutos y el de la línea B cada 12 minutos. ¿Cuándo se encontrarán sabiendo que han salido los dos a las siete de la mañana ?

10- Hallar el $m.c.m.$ de los números siguientes:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|------------------|
| a) 36 ; 14 ; 18 .- | e) 9,12 ; 21 | i) 12 ; 8 ; 6 . |
| b) 56 ; 40 ; 24 .- | f) 12 ; 40 ; 36 | j) 20 ; 15 45 .- |
| c) 8 ; 32 ; 26 ; 4 .- | g) 35 ; 21 14 . | k) 35, 125, 28 |
| d) 8 ; 15 ; 84 .- | h) 27 ; 9 ; 18 ; 4 . | l) 32, 40, 100 |

11- Hallar el $m.c.d.$ de los números siguientes:

- | | | |
|--------------------|------------------|------------------------|
| a) a) 72, 108 y 60 | b) 50, 300, 150 | c) 24, 72, 48 |
| b) d) 30, 150, 180 | e) 35, 70, 140 | f) 72, 900, 180 |
| c) g) 56, 112 y 84 | h) 8, 12, 4 y 20 | i) 20, 30, 40, 50 y 60 |

Nombre y Apellido:

Tema: **multiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos**

Trabajo Práctico N°4

1- Calcula:

- a) M.C.D. (72, 108)
- b) M.C.D. (270, 234)
- c) m.c.m. (72, 108)
- d) m.c.m. (270, 234)
- e) M.C.D. (560, 588)
- f) M.C.D. (210, 315, 420)
- g) m.c.m. (560, 588)
- h) m.c.m. (210, 315, 420)



- 2- A un alumno le dan las notas cada 6 días. Razona si se las darían en los días del curso siguiente: 18 ; 36 ; 47 ; 54 y 68.
- 3- Cada 6 días tomamos melocotón de postre y cada 8 días spaghetti. Razonar si en los siguientes días de funcionamiento de comedor coinciden ambas cosas: 16; 24; 32; 48; 54; 64 y 72.
- 4- Los alumnos de un Colegio no sobrepasan los 2200 y se pueden agrupar de 15 en 15, de 20 en 20, de 25 en 25 y de 35 en 35. ¿Cuántos alumnos hay?.
- 5- En un pueblo hay tres iglesias cuyas campanas tocan cada 15 minutos, cada 20 minutos y cada 35 minutos. Suponiendo que en este instante han coincidido tocando las tres a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?.
- 6- Una señora tiene tres ahijados que van a verla, uno cada 4 días; otro, cada 6 y otro, cada 8. Hoy han coincidido en la visita los tres. ¿Cuándo volverán a coincidir?.
- 7- Un enfermo tiene que tomarse una pastilla cada 4 horas, un jarabe cada 6 horas y han de ponerle una inyección cada 8 horas. En este instante han coincidido las tres. ¿Cuándo volverán a hacerlo?.
- 8- A la entrada de un puerto hay tres faros: El A luce cada 20 minutos, el B cada 30 minutos y el C cada 25 minutos. A las 6 de la tarde se encienden los tres a la vez. ¿Cuándo volverán a coincidir encendidos?.
- 9- En una carretera hay indicadores de distancia cada 20 metros, postes de telégrafos cada 12 metros y señales de tráfico de una clase u otra cada 504 metros. Hemos pasado un punto en donde coinciden los tres. ¿A cuántos metros se producirán las siguientes tres coincidencias?.
- 10- Nos encontramos en un puerto del que han salido tres buques de pasajeros que siguen las líneas A, B y C. El A sale cada 6 días, el B cada 8 y el C cada 9. ¿Cuándo tendremos que volver para ver partir otra vez a los tres?.
- 11- En un rascacielos de 160 pisos hay tres tipos de ascensores: el A, que sólo para en los pisos 3, 6, 9, 12, ...; el B, que para de 4 en 4 pisos; y el C, que para en los múltiplos de 6. Se desea saber: a) ¿Cuál es el piso más bajo donde coinciden los tres ascensores?.- b) ¿Coincidirán en el piso 84?.- c) ¿Cuál es el piso más alto en el que coinciden?.- d) ¿Cuáles son los ascensores que coinciden en el piso 36?.- e) El ascensor A y C, ¿coinciden siempre?. ¿Por qué?.- f) Donde para el C, ¿para el A?. ¿Por qué?.
- 12- ¿Cuál es el menor número de caramelos que hay en una bolsa si se pueden amontonar de 4 en 4, de 6 en 6 y de 15 en 15, sin que sobre ninguno en cualquier caso?.
- 13- Una madre, para la fiesta de la Piñata de Reyes de sus hijos ha comprado para repartir 20 mata- suegras, 40 globos, 30 silbatos y 10 caretas. ¿Cuántos hijos tiene y cuántos de estos utensilios entra en cada bolsa?.

Nombre y Apellido:

Tema: múltiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos

Trabajo Práctico N°5

1-completar_

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				4						
3										
5							35			
7		14								70
9										

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2				4						
4								32		
6				24						
8		16								
10									90	

2- Escribe cuatros múltiplos de

- a) 3 →
- b) 5 →
- c) 9 →
- d) 11 →
- e) 7 →
- f) 6 →

3- Escribe los números que sean:

- a) Múltiplos de 3 menores que 36:
- b) Múltiplos de 4 menores que 60:
- c) Múltiplos de 100 menores que 1.000:
- d) Múltiplos de 7 comprendidos entre 30 y 90.



4- De los siguientes números indica cuales son múltiplos de 3. Razona tu respuesta.

36 40 15 51 100 99 42

Nombre y Apellido:

Tema: *multiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos*

Trabajo Práctico N°6

1- Completa la siguiente tabla.

	12:1	12:2	12:3	12:4	12:5	12:6	12:7	12:8	12:9	12:10	12:11	12:12
Cociente				4								
Resto												

2- En cada grupo de números tacha aquellos que no sean:

- a) Divisores de 5: 1, 3, 5
- b) Divisores de 9: 1, 2, 3, 6, 9
- c) Divisores de 11: 1, 3, 9, 11
- d) Divisores de 48: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48
- e) Divisores de 25: 1, 3, 5, 10, 20, 25
- f) Divisores de 100: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100



3- *Halla los divisores de:*

- a) Div (18) =
- b) Div (22) =
- c) Div (15) =
- d) Div (20) =
- e) Div (16) =
- f) Div (14) =

4- En una clase de Educación Física hay 24 alumnos. ¿ de cuantas maneras podrá formar el profesor grupos iguales de alumnos de tal manera que no sobre ninguno?. Razona tu respuesta.

5- Completa los huecos con múltiplo o divisor según corresponda.

- a) 25 es _____ de 5
- b) 60 es _____ de 120
- c) 16 es _____ de 8
- d) 11 es _____ de 33
- e) 100 es _____ de 25
- f) 7 es _____ de 63

6- *Completa*

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 10
18				
35				
40				
84				
100				
150				
1.038				
480				
1.002				

Nombre y Apellido:

Tema: *múltiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos*

Trabajo Práctico N°7

1- *Clasifica los siguientes números.*

88 6 75 19 24 13 23 60 97 180

- a) Números primos:
- b) Números compuestos:

2- *Sombrea los números primos que hay desde el 70 hasta el 100.*

70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3- *Escribe los números primos que hay entre 20 y 35.*

4- Los jugadores de un equipo de fútbol son once.

- a) ¿De cuántas maneras pueden entrenar formando grupos iguales de jugadores?
- b) Si se une al entrenamiento un jugador nuevo, ¿cómo se podrían agrupar?

5- *Descompone en factores primos lo siguientes números.*

24	36	50	100
24 =	36 =	50 =	100 =

6- *Indica en numero correspondiente de cada descomposición*

- a) $2 \cdot 3^2 =$
- b) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 =$
- c) $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 =$

7- *Escribe cada número como producto de factores primos.*

- a) 10
- b) 18
- c) 25
- d) 50



Nombre y Apellido:

Tema: múltiplos y divisores – criterios de divisibilidad- números primos y compuestos

Trabajo Práctico N°8

1- Problemas.

Un barco sale de puerto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿**Cuándo** vuelven a coincidir los tres en el mismo puerto?

Ángela va a nadar al polideportivo cada 3 días y Eva cada 2. ¿Cada **cuántos** días coincidirán?

Tomás tiene menos de 35 caramelos y los puede guardar en bolsas de 2, de 3 o de 5 caramelos sin que le sobre ninguno. ¿**Cuántos** caramelos tiene?

2- Calcula el m.c.d.

a) 4 y 6

b) 5 y 10

a) 16 y 24

a) 6, 21 y 42

c) 18, 27 y 39

c) 2 y 3

d) 8 y 16

c) 18 y 60

b) 5, 10 y 25

d) 12, 42 y 132



3- Problemas

Se tienen dos garrafas de agua, una de 18 litros y otra de 24 litros, y se quiere echar el agua en bidones más pequeños, todos de igual capacidad. ¿**Qué** capacidad tendrá el bidón mayor?

Un albañil tiene que poner losetas cuadradas del mayor tamaño posible en el suelo de una habitación de dimensiones 36×27 cm.

a) ¿**Cuál** será el tamaño de cada loseta?

b) ¿**Cuántas** losetas necesitará?

