

TEMA: ECUACIONES CON NÚMEROS NATURALES

INTRODUCCIÓN:

Las ecuaciones sirven, básicamente, para resolver problemas ya sean matemáticos, de la vida diaria o de cualquier ámbito- y, en ese caso, se dice que "el problema se ha resuelto por álgebra". A la hora de resolver un problema algebraico, es aconsejable que se sigan ciertas pautas. Un esquema posible a seguir es el siguiente:



1. Leer y comprender el enunciado
2. Designar la incógnita
3. Plantear la ecuación
4. Resolver la ecuación
5. Discusión e interpretación de los resultados

Ante resultados no satisfactorios, es decir, cuando no se llegue a la solución o bien ésta no cuadre, se podría plantear una serie de interrogantes, como por ejemplo:

- ¿He utilizado todos los datos?
- ¿He planteado bien la ecuación?
- ¿Está bien elegida la incógnita?
- ¿La ecuación está bien resuelta?
- Etc.

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Puedes observar en la figura que los platillos de la balanza están equilibrados, de modo que se puede establecer una relación de igualdad de masas entre los objetos. Se obtiene así una ecuación. En este caso se tiene una ecuación de primer grado, es decir, en ella la incógnita tiene por exponente la unidad.

También los son las siguientes:

$$3x = 12$$

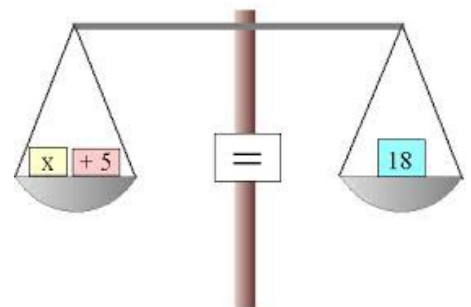
$$3m + 7 = 2m - 6$$

$$6t + 7 - 2t = 3t + 1$$

el exponente de la x es 1

el exponente de la m es 1

el exponente de la t es 1



Una ecuación es una igualdad entre letras y números relacionados por las operaciones aritméticas. Las letras en este caso se llaman incógnitas.

Una ecuación de primer grado con una incógnita es una ecuación que, después de haber realizado las operaciones indicadas, tiene una incógnita cuyo exponente es 1

En una ecuación, las incógnitas pueden tomar cualquier valor numérico. Dando valores a las incógnitas se puede comprobar si la ecuación es cierta o falsa para esos valores.

Ejemplo.

$$3x + 3 = 5x - 1$$

$$x = 1$$

Primer miembro: $3 \cdot 1 + 3 = 6$

Segundo miembro: $5 \cdot 1 - 1 = 4$

Es falsa para $x = 1$

porque $6 \neq 4$



$$x = 2$$

Primer miembro: $3 \cdot 2 + 3 = 9$

Segundo miembro: $5 \cdot 2 - 1 = 9$

Es cierta para $x = 2$

ya que $9 = 9$

Las soluciones o raíces de una ecuación son los valores que pueden tomar las incógnitas, tales que al sustituirlos en la ecuación hacen que la igualdad sea cierta.

Resolver una ecuación es hallar las soluciones o raíces de la misma.

Dependiendo de las soluciones, una ecuación puede ser:

- **Compatible** si la ecuación tiene soluciones. Si el número de soluciones es finito, se dice que la ecuación es compatible determinada, y si el número de soluciones es infinito, la ecuación es compatible indeterminada.
- **Incompatible o imposible** cuando la ecuación no tiene solución

ECUACIONES EQUIVALENTES. REGLAS DE EQUIVALENCIA.

Fácilmente podemos comprobar que las ecuaciones $x - 3 = 2$ y $4x = x + 15$ tienen ambas por solución $x = 5$; diremos que se trata de ecuaciones equivalentes.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

Para resolver una ecuación se transforma ésta en otra más sencilla que sea equivalente a la dada, es decir, que tenga las mismas soluciones. Esto se consigue utilizando las dos propiedades siguientes:

1. **Propiedad de la suma:** Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta un mismo número o expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

Ejemplo:

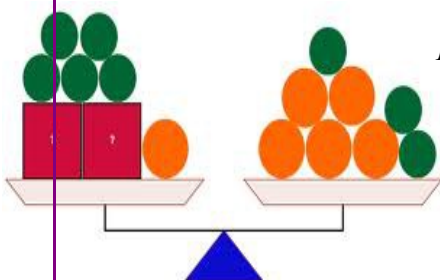
$$2x - 5 = x + 7$$

Suma 5 a los dos miembros: $2x - 5 + 5 = x + 7 + 5$

$$2x = x + 12$$

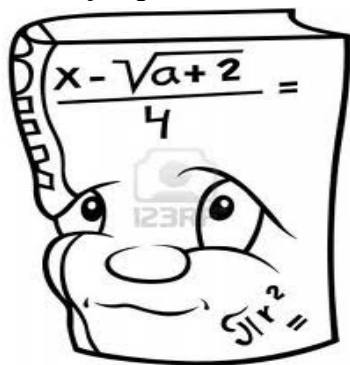
Resta x a los dos miembros: $2x - x = x - x + 12$

La solución es: $x = 12$



2. **Propiedad del producto** : Si a los dos miembros de una ecuación se los multiplica o divide por un mismo número distinto de cero, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

Ejemplo:



Suma 7 a los dos miembros:

$$3x - 7 = 41$$

$$3x - 7 + 7 = 41 + 7$$

$$3x = 48$$

Divide por 3 los dos miembros:

$$3x : 3 = 48 : 3$$

La solución es:

$$x = 16$$

Número de soluciones de una ecuación de primer grado.

Toda ecuación de primer grado con una incógnita se puede transformar, mediante los pasos indicados anteriormente, en otra equivalente del tipo $ax = b$.

Dependiendo de estos coeficientes a y b , una ecuación podrá o no, tener soluciones.

Veamos detenidamente los siguientes ejemplos.

• $180 \quad 3x \quad x \quad 12 \Leftrightarrow -3x - x = 12 - 180 \Leftrightarrow -4x = -168 \Leftrightarrow x = 42$. Esta ecuación tiene una única solución.

• $7(x - 2) - 5x = 2x + 14 \Leftrightarrow 7x + 14 - 5x = 2x + 14 \Leftrightarrow 7x - 5x - 2x = 14 - 14 \Leftrightarrow 0x = 0$. Esta ecuación tiene infinitas soluciones, siendo cualquier número real solución de la misma.

• $2(x - 2) - 2x = 7 \Leftrightarrow 2x + 4 = 2x + 7 \Leftrightarrow 2x - 2x = 7 - 4 \Leftrightarrow 0x = 3$. Esta ecuación no tiene soluciones.

Número de soluciones de la ecuación de primer grado con una incógnita

1°. Se transforma la ecuación dada en una equivalente del tipo $ax = b$.

2°. Si $a \neq 0$, $ax = b$, la ecuación tiene una única solución: $x = b/a$, luego es compatible determinada.

Si $a = 0$ y $b = 0$, $0x = 0$, la ecuación tiene infinitas soluciones (cualquier número real es solución), se trata entonces de una ecuación compatible indeterminada.

Si $a = 0$ y $b \neq 0$, $0x = b$, la ecuación no tiene solución, siendo una ecuación incompatible.



Nombre y Apellido:

Tema: ecuaciones con números naturales

Trabajo Práctico Nº1

1- Completa el siguiente cuadro escribiendo cada enunciado como una expresión algebraica en función de x :

El doble de un número	$2x$
El triple de un número	
Cuatro veces un número	
Cinco veces un número	
Seis veces un número	
La mitad de un número	$x/3$
La tercera parte de un número	
La cuarta parte de un número	
La quinta parte de un número	
La sexta parte de un número	
El siguiente de un número	$x+1$
El anterior de un número	
Un número par	$2x$

1.- Indica el número que falta en estas expresiones:

a) $24 + \underline{\quad} = 36$

b) $15 - \underline{\quad} = 9$

c) $12 : \underline{\quad} = 4$

d) $\underline{\quad} \cdot 4 = 35$

2.- Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:

a) $x + 2 = 6$

b) $a - 2 = 8$

c) $5 + x = 7$

d) $4 + x = 10 - 2$

3.- Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:

a) $x - 5 = 4$

b) $2 - x = -4$

c) $x + 10 = 0$

d) $t - 3 = 1$

4.- Resuelve la siguiente ecuación.

$$2x + 8 = x + 25 + 8$$

5.- Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos otros ejercicios:

a) $3x + 23 = 2x + 59$

b) $x + 12 = 17$

c) $2x - 4 = x + 9$

d) $5x - 10 = 4x - 12$



6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x : 3 = 10$

b) $3x - 4 = 24 - x$

c) $5 \cdot x : 2 + 2 = 20 + 2$

7.- Plantea ecuaciones correspondientes a las siguientes condiciones:

a) El doble de x es cuatro

b) El triple de x es 3

c) Si a x se le suma 2 se obtiene 4

d) Si a x le restamos 5 se obtiene 6

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x + 2 = x + 10$

b) $1 + 3x = 2x + 7$

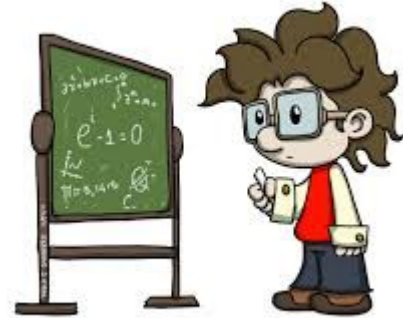
- c) $2 + 7x = 4 - 3x$
- d) $x - 18 = 2x - 3$
- e) $-5 - 2x = 3 - 8x - 2$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones quitando para ello el paréntesis antes:

- a) $3(x - 7) = 5(x - 1) - 4$
- b) $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$
- c) $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$
- d) $10(x - 2) = 1$

10.- Si x es un número expresa simbólicamente:

- a) Su doble.
- b) Su mitad mas su doble.
- c) Su cuádruplo.
- d) El siguiente a x .
- e) El número anterior a x .
- f) Los dos números que le siguen a x .
- g) El doble del siguiente de x .



11.- Resuelve estas otras ecuaciones:

- a) $2(x - 5) - 10 = x - 5$
- b) $3(x - 6) - 10 = 2(x - 5) - 4$
- c) $5(x - 2) - 6(x - 1) = 3(2x - 4)$

13.- El doble de la edad de Lucía más 25 años es igual a la edad de su abuelo que es 51 años. ¿Qué edad tiene Lucía?

14.- Los tres lados de un triángulo equilátero vienen expresados en metros. Si su perímetro es 27 metros, halla la longitud de cada lado.

15.- Javier tiene 30 años menos que su padre y éste tiene 4 veces los años de Javier. Averigua la edad de cada uno.

16.- En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón y triple número de caramelos de naranja que de menta y limón juntos. En total hay 312 caramelos. Hallar cuántos caramelos hay de cada sabor.

17.- La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble que el primero; el tercero es el doble del segundo, y el cuarto es el doble del tercero. Halla el valor de los cuatro números.

18.- En una fiesta de fin de curso hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños que hay en la fiesta sabiendo que en total son 156 las personas que hay en ella.

19.- El doble de un número menos cinco es nueve. ¿De qué número se trata?

20.- La suma de dos números consecutivos es 55. ¿De qué números se trata?

Nombre y Apellido:

Tema: ecuaciones con números naturales

Trabajo Práctico N°2



Ejercicio 1

Un número y su siguiente suman 53. ¿Qué números son?

Solución.

a) IDENTIFICACIÓN DE DATOS

Un número	x
Su siguiente	
La suma	

b) RESOLUCIÓN ECUACIÓN

b) PLANTEAR ECUACIÓN

Ejercicio 2

Un número y su anterior suman 99. ¿Qué números son?

Solución.

a) IDENTIFICACIÓN DE DATOS

Un número	x
Su anterior	
La suma	

b) RESOLUCIÓN ECUACIÓN

b) PLANTEAR ECUACIÓN

d) INTERPRETACIÓN

Los números son y

Ejercicio 3

La suma de un número más su doble más su mitad es 42. ¿Qué número es?

Solución.

a) IDENTIFICACIÓN DE DATOS

Un número	x
Su doble	
Su mitad	
La suma	

b) RESOLUCIÓN ECUACIÓN

b) PLANTEAR ECUACIÓN

d) INTERPRETACIÓN

El número es

Ejercicio 4 .

El triple de un número menos 5 es igual a 16. ¿Cuál es el número?

Solución.

a) IDENTIFICACIÓN DE DATOS

Un número	x

b) RESOLUCIÓN ECUACIÓN

b) PLANTEAR ECUACIÓN

d) INTERPRETACIÓN

El número es

Ejercicio 5

Al sumarle a un número 60 se obtiene lo mismo que si se multiplica por 5. ¿Cuál es el número?

Solución.

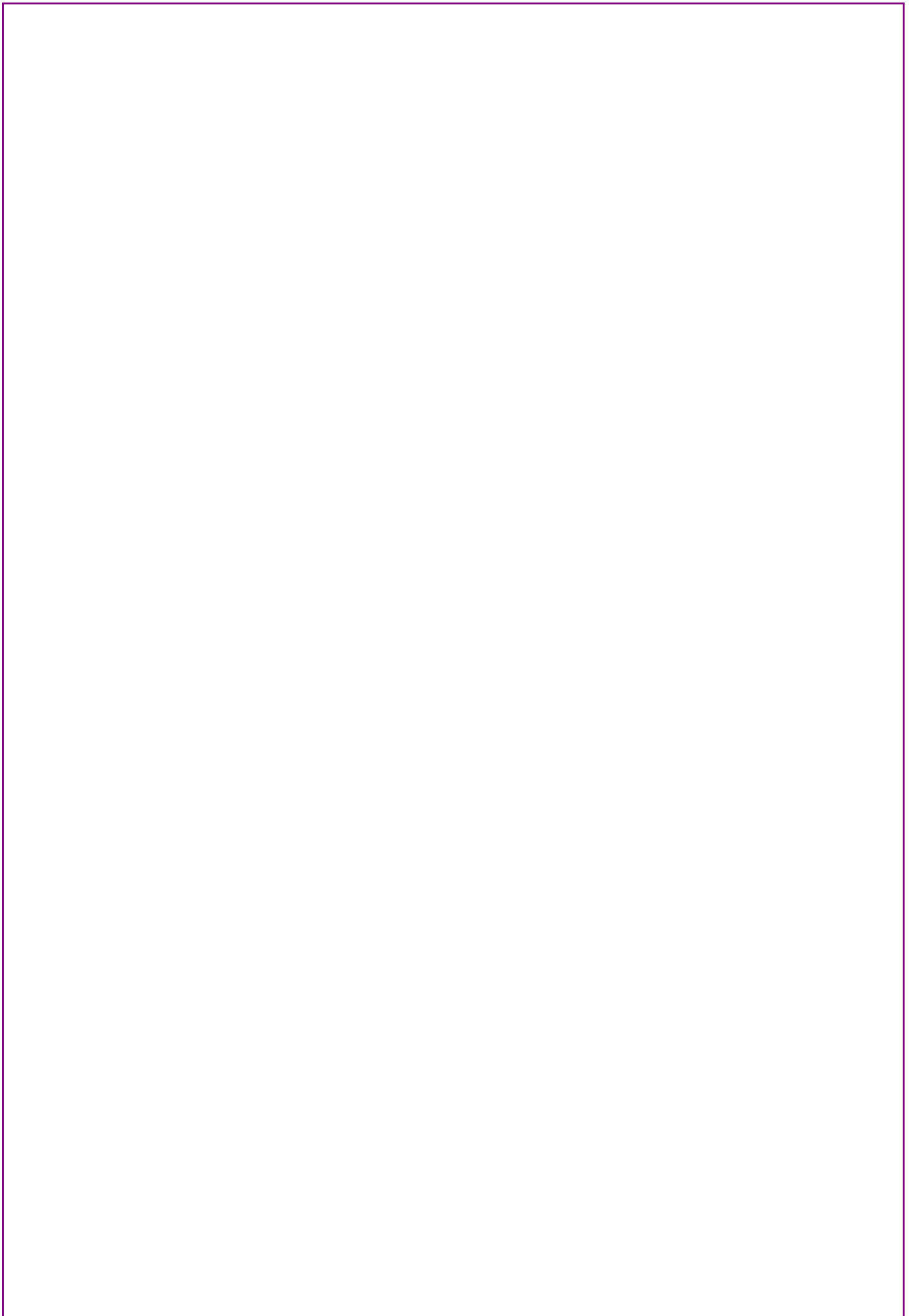
a) IDENTIFICACIÓN DE DATOS

Un número	x
El número más 60	

b) RESOLUCIÓN ECUACIÓN

b) PLANTEAR ECUACIÓN

d) INTERPRETACIÓN





2. PROBLEMAS DE REFUERZO

Resuelve los siguientes problemas:

- 1) Si al doble de un número le sumo 7 unidades, obtengo 69. ¿Cuál es ese número?
- 2) Un número, su siguiente y su anterior suman 63. ¿De qué número se trata?
- 3) La suma de tres números consecutivos es 702. ¿Cuáles son esos números?
- 4) Un número, su anterior y su posterior suman 702. ¿Qué números son?
- 5) Al sumar un número natural con el doble de su siguiente, se obtiene 44. ¿De qué número se trata?

3. OTROS PROBLEMAS

- 1) Reparte \$ 680 entre dos personas de forma que la primera se lleve el triple que la segunda. (Sol: 510 y 170).
- 2) En un cine hay 511 personas. ¿Cuál es el número de hombres y cuál el de mujeres, sabiendo que el de ellas sobrepasa en 17 al de ellos? (Sol: 247 hombres y 264 mujeres).
- 3) Marisa es tres años más joven que su hermana Rosa y un año mayor que su hermano Roberto. Entre los tres igualan la edad de su madre, que tiene 38 años. ¿Cuál es la edad de cada uno? (Sol: Marisa, 12, Rosa, 15 y Roberto, 11).
- 4) Pedro, Pablo y Paloma reciben \$1.200 como pago por su trabajo de socorristas en una piscina. Si Pablo ha trabajado el triple de días que Pedro, y Paloma el doble que Pablo, ¿cómo harán el reparto? (Sol: Pedro, 120; Pablo, 360, y Paloma, 720).
- 5) Marta gasta la mitad de su dinero en la entrada para un concierto, y la quinta parte del mismo, en una hamburguesa. ¿Cuánto tenía si aún le quedan \$2,70 ? (Sol: \$9).
- 6) En una granja, entre gallinas y conejos, hay 20 cabezas y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en la granja? (Sol: 14 gallinas y 6 conejos).
- 7) Paz y Petra tienen 6 y 9 años, respectivamente. Su madre, Ana, tiene 35 años. ¿Cuántos años deben pasar para que, entre las dos niñas, igualen la edad de la madre? (Sol: Han de pasar 20 años).



Nombre y Apellido:

Tema: ecuaciones con números naturales

Trabajo Práctico N°3

Ejercicio N°1: plantear la ecuacion y resolver los siguientes problemas.

1. Si al doble de un número se le aumenta 7, resulta ser 35. Determine el número.
2. El triple de un número disminuido en 19, es 53. Determine el número.
3. La tercera parte de un número es 7 unidades menor que la mitad de él. Determine el número.
4. El Doctor Rojas corrió un total de 6.600 metros en tres noches. Si cada noche él aumentó la distancia recorrida en 440 metros. ¿Qué tanto corrió la primera noche?
5. Si un número es 16 unidades mayor que otro y la suma de ellos es 470. ¿Cuáles son los números?
6. Si un número es el triple de otro y la diferencia de ellos es 40. ¿Cuáles son los números?.
7. ¿Cuántos estudiantes hombres hay en una sala de clases si el total de estudiante es 36 y el número de estudiantes mujeres es superior en 6?.
8. Tres números impares consecutivos suman 81. ¿ Cuáles son los números?.
9. La suma de tres números pares consecutivos es 102. Hallar los tres números.
10. La edad de Pedro es el doble de la edad de María. Si en 5 años más la suma de las edades será 43 años. ¿ Qué edad tienen actualmente?.
11. Un padre tiene 20 años más que su hijo. Dentro de 12 años, el padre tendrá el doble de la edad del hijo. ¿ Cuántos años tiene cada uno actualmente?.

Ejercicio N°2 Despejar la variable indicada en cada una de las fórmulas:

a) $V = T \cdot Q$ despejar Q

b) $\frac{V}{H} = Q$ despejar H

c) $S = \frac{3T}{P}$ despejar T

d) $P = 2a + 2b$ despejar b

e) $A = \pi r^2$ despejar r

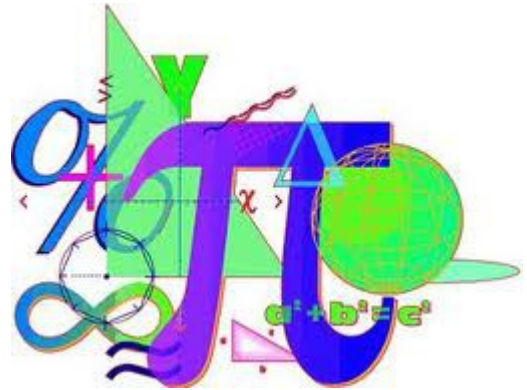
f) $V = \pi R^2 H$ despejar R

g) $S = 2\pi RH + 2\pi R^2$ despejar H

h) $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ despejar H y R

i) $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ despejar R

j) $M = C(1 + i \cdot n)$ despejar C, n, i



Ejercicio N°3: plantear la ecuación y resolver

1. La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. Hallar los números
2. La edad de Edgar es el triplo de la de Jaime y las dos edades suman 40 años. Hallar ambas edades.
3. Dividir 1 080 en dos partes tales que la mayor disminuida en 132 equivalga a la menor aumentada en 100.
4. Se compró doble número de sombreros que de trajes por \$702 pesos. Cada sombrero costó \$2 y cada traje \$50. ¿Cuántos sombreros y cuántos trajes se compraron?

Ejercicio N°4: Si $a = -1$, $b = 2$ y $c = 3$, determine el valor de las siguientes expresiones.

a) $a \cdot b$

b) $a^2 - b^2$

c) $a^3 - c^2$

d) $\frac{a}{b} + b \cdot c$

e) $2 \cdot a - 3b + c$

f) $\frac{c}{a} + b^2$

Ejercicio N°5: Si $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$ y $d = -1,5$, determine el valor de las siguientes expresiones.

a) $\sqrt{a+b+c}$

b) $\sqrt[3]{2b+a}$

c) $a \cdot b \cdot c$

d) $a^2 + b^3 - d^3$

e) $(a+b) \cdot c \cdot d$

f) $\frac{c}{a} + \frac{d}{a} - 3$

Ejercicio N°6: marcar la opción correcta. Justifica tu respuesta.

1- Si al doble de un número se le resta 1, resulta ser 9. El número es:

a) 6

b) 5

c) 4

d) 20

2- Si a la mitad de un número se le suma 5, resulta ser 13. El número es:

a) 16

b) 20

c) 30

d) 10

3- Tamara leyó 21 revistas en 3 días. Cada día ella leyó 4 revistas más que el día anterior. ¿Cuántas revistas leyó el tercer día?

a) 3

b) 7

c) 11

d) 10

4- Elvira tiene dos años más que Andrés. La suma de sus edades es 20. ¿Qué edad tiene Elvira?

a) 9

b) 11

c) 10

d) 8

